МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Физический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

и.о. декана _____ Малышев А.И.

« 30 » августа 2017 г.

Рабочая программа дисциплины

Векторный и тензорный анализ
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
03.03.02 Физика
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
профиль "Кристаллофизика"
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
бакалавр
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Год набора
2014
(для обучающихся какого года набора разработана Рабочая программа)

Нижний Новгород – 2017

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» относится к базовой части Б1.Б блока Б1 «Дисциплины (модули)», является обязательной для освоения, преподается на втором году обучения, в третьем семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплин (модулей) «Аналитическая геометрия» и «Линейная алгебра».

Целями освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» являются:

- овладение методами тензорной алгебры и подготовка студентов к изучению разделов теоретической физики и ряда специальных дисциплин, таких как теория упругости, кристаллография;
- освоение студентами специфики математического аппарата алгебры тензоров, операций с основными дифференциальными операторами и их комбинациями, а также ознакомление с физическими примерами тензорных величин;
- выработка у студентов практических навыков действий над тензорными величинами, преобразований систем координат, использования интегральных теорем векторного анализа.

2. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины «Векторный и тензорный анализ» составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 33 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (1 час – мероприятия промежуточной аттестации; 16 часов занятия лекционного типа, 16 часов занятия семинарского типа (практические занятия), в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости), 75 часов составляет самостоятельная работа обучающегося в течение семестра.

Содержание дисциплины «Векторный и тензорный анализ»

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Векторная алгебра. Понятие линейного (векторного) пространства. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Декартова систем координат. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Преобразование компонент вектора при повороте системы координат. Матрица поворота и ее свойства.	14	2	2	–	4	10
2. Тензорная алгебра. Определение тензора. Ранг тензора. Сложение, умножение тензоров. Свертка. Скалярное умножение тензоров. Теорема деления.	16	2	2	–	4	12
3. Приложения теории тензоров. Симметрия тензоров. Инвариантность тензорных соотношений. Тензор поляризации, тензор механических напряжений, тензор инерции. Главные оси и главные значения тензора. Тензорная поверхность. Инварианты тензоров второго ранга. Изотропные тензоры. Тензор Леви-Чивита. Векторное, двойное векторное и смешанное произведения в тензорной форме.	29	4	4	–	8	21
4. Тензорные поля. Градиент, ротор и дивергенция. Понятия потенциального и вихревого полей. Дифференциальные операции 2-го порядка, оператор Лапласа. Интегральные теоремы векторного анализа. Векторные тождества.	30	4	4	–	8	22
5. Криволинейные системы	12	2	2	–	4	8

координат. Криволинейные системы координат, сферические и цилиндрические координаты. Коэффициенты Ламе. Метрический тензор. Якобиан. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах.						
6. Преобразования компонент векторов при инверсии системы координат. Инверсия декартовой системы координат. Правая и левая тройки базисных векторов. Полярный и аксиальный векторы. Скаляры и псевдоскаляры.	6	2	2	–	4	2
В т.ч. текущий контроль	2	2				–
Промежуточная аттестация – **зачет**						

3. Образовательные технологии

1) Чтение лекций;

2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;

3) методика «вопросы и ответы»;

4) выполнение практического задания у доски;

5) индивидуальная работа над практическим заданием;

6) работа в парах над практическим заданием;

7) работа в малых группах над практическим заданием;

8) методика «мозговой штурм».

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен в п. 7 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	(ОПК-2) **Знать** основные теоретические положения векторного и тензорного анализа. (ОПК-2) **Уметь** решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основ векторного и тензорного анализа. (ОПК-2) **Владеть** навыками расчётов с использованием основ векторного и тензорного анализа.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является **зачет**.

По итогам зачета выставляется оценка «Зачтено» или «Не зачтено». Оценка «Не зачтено» означает отсутствие аттестации, оценка «Зачтено» выставляется при успешном прохождении аттестации.

6.2. Процедуры и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины.

«Не зачтено» – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

«Зачтено» – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности.

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций

6.3.1. При проведении промежуточной аттестации обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Векторный и тензорный анализ»:

1. Линейная зависимость векторов.
2. Базис в векторном пространстве. Декартова система координат.
3. Преобразование компонент вектора при повороте системы координат.
4. Операции над тензорными величинами.
5. Теорема деления.
6. Симметрия тензоров. Симметричная и антисимметричная составляющие тензора второго ранга.
7. Приведение симметричного тензора второго ранга к диагональному виду.
8. Тензорная поверхность.
9. Изотропные тензоры.
10. Оператор «набла» (примеры использования).
11. Криволинейные координаты. Коэффициенты Ламэ.
12. Криволинейные координаты. Якобиан.
13. Полярные и аксиальные векторы.
14. Тензор инерции твердого тела.

6.3.2. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. Дан вектор $\vec{p} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 5\vec{c}$, где $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ – взаимно перпендикулярные векторы, причем $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ и $|\vec{c}| = 3$. Найти углы между вектором $\vec{p}$ и

а) векторами $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$; б) векторами $\vec{a} + \vec{b}$, $-(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

2. При каком значении t векторы $\vec{a} = \{3, 6, 9\}$, $\vec{b} = \{2, 5, 8\}$, $\vec{c} = \{4, 7, t\}$ компланарны?

3. Параллелепипед построен на некомпланарных векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Найти площади его диагональных сечений и объем.

4. Компоненты двух векторов заданы в различных системах координат следующим образом: при повороте системы координат *K* вокруг оси *Oy* на 30° $\vec{a}' = \{1, 1, \sqrt{3}\}$, а при повороте *K* вокруг оси *Oz* на 45° $\vec{b}'' = \{\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3\}$. Найти скалярное произведение этих векторов.

5. Доказать, что произведение $\delta_{ij} A_j B_n C_n$ является вектором, если $\vec{A}$, $\vec{B}$ и $\vec{C}$ – векторы.

6. В некоторой декартовой системе координат имеет место соотношение $T_{nkm} = A_{mi} R_{ink}$. Доказать, что A_{mi} – тензор II-го ранга, если T_{nkm} и R_{ink} – тензоры III-го ранга.

7. В некоторой системе координат известны компоненты двух векторов – $\vec{A} = \{1, 2, -1\}$ и $\vec{B} = \{2, 3, -4\}$. Найти матрицу тензора $T_{ij} = A_i B_j - \varepsilon_{ijk} A_k$ и вычислить его след.

8. Пусть вектор $\vec{A}$ имеет компоненты {1, 2, 3}. Найти следующую свертку: $\varepsilon_{ikl} \varepsilon_{klm} A_m$.

9. Материал, характеризуемый тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$, помещен в однородное электрической поле с напряженностью $\vec{E}$. Найти тензор диэлектрической восприимчивости α_{ij} диэлектрика ($4\pi\alpha_{ik} = \varepsilon_{ik} - \delta_{ik}$). Найти вектор поляризации диэлектрика $\vec{P}$ и вектор электрической индукции $\vec{D}$ ($P_i = \alpha_{ik} E_k$, $D_i = \varepsilon_{ik} E_k$). Найти углы, которые векторы $\vec{P}$, $\vec{D}$ и $\vec{E}$ образуют друг с другом, а также указать направления, для которых векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ коллинеарны:

а). $\vec{E} = E_0 \{2, 1, -2\}$; б). $\vec{E} = E_0 \{-2, 2, 1\}$.

10. В некоторой системе координат известны компоненты тензора II-го ранга: $P_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$. Разложить его на симметричную S_{ij} и A_{ij} антисимметричную составляющие. Найти $Sp(S_{in} A_{nj})$.

11. Найти градиент скалярной функции φ:

а). $\varphi = \frac{e^{(\vec{a} \cdot \vec{r})}}{r}$; в). $\varphi = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{r})^3}{r^2}$; д). $\varphi = \frac{\sin r}{r}$;

б). $\varphi = r^3 (\vec{c} \cdot \vec{r})$; г). $\varphi = ((\vec{a} \cdot \vec{r}) \cdot \sin(\vec{b} \cdot \vec{r}))$; е). $\varphi = (\vec{r} \cdot [\vec{a} r \times \vec{b}])$.

12. Найти дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{A}$:

а). $\vec{A}=[\vec{a}\times\vec{r}]$; д). $\vec{A}=\frac{[\vec{\mu}\times\vec{r}]}{r^3}$; з). $\vec{A}=\left[\frac{\vec{a}}{r}\times\vec{r}\right]$;

б). $\vec{A}=\vec{c}\exp\left(\vec{k}\cdot\vec{r}\right)$; е). $\vec{A}=[\vec{a}\times\vec{r}]\cdot\sin r$; и). $\vec{A}=\frac{\vec{r}}{r}e^{(\vec{c}\cdot\vec{r})}$;

13. Доказать тождество: $\text{grad}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)=\left(\vec{B}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{A}+\left(\vec{A}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{B}+\left[\vec{B}\times\text{rot}\,\vec{A}\right]+\left[\vec{A}\times\text{rot}\,\vec{B}\right]$.

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 №55-ОД.

2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Г.М. Максимова, А.И. Малышев, А.В. Тележников, Основы векторного и тензорного анализа для физиков: учебно-методическое пособие, Н.Новгород, изд-во ННГУ, 2017, 109 с. http://www.unn.ru/books/met_files/VTA_Malyshev.doc.
2. И.Э. Келлер, Тензорное исчисление: учеб. Пособие, Санкт-Петербург, Лань, 2012, 176 с. https://e.lanbook.com/book/3814.
3. В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин, Сборник задач по электродинамике и специальной теории относительности: учебное пособие, СПб.: Лань, 2010, 480 с. https://e.lanbook.com/book/544.

б) дополнительная литература:

1. А.И. Борисенко, И.Е. Тарапов, Векторный анализ и начало тензорного исчисления, М., Высшая школа, 1966, 252 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 12 экз.
2. В.Г. Левич, Курс теоретической физики, М., Наука, 1969, 910 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 30 экз.
3. Б.М. Будак, С.В. Фомин, Кратные интегралы и ряды, М., Наука, 1967, 607 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 18 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ
http://www.lib.unn.ru/.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных

специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Автор:

к. ф.-м. н., старший преподаватель
кафедры теоретической физики
физического факультета _____ / Тележников А.В. /

Рецензент:

И.о. зав. кафедрой теоретической физики
физического факультета,
д. ф.-м. н., доцент _____ / Бурдов В.А. /

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ от 30 августа 2017 года, протокол № б/н

Председатель
Учебно-методической комиссии
физического факультета ННГУ _____ / Сдобняков В.В. /