МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет   
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | В.П. Гергель |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Математическая статистика |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **баклавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.01** «Математика» |

Профиль подготовки

|  |
| --- |
| Математика (Общий профиль) |

Квалификация выпускника

|  |
| --- |
| **Бакалавр** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **Очная** |

Нижний Новгород

2017

**1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП**

Дисциплина «Математическая статистика» относится к базовой части «Дисциплины, модули» ОПОП по направлению подготовки 01.03.01 «Математика» (Б1.Б.17 – базовая часть). Дисциплина обязательна для освоения в 5 семестре.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Математическая статистика», согласно учебному плану, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия». Кроме того, в 4 семестре студенты уже освоить один семестр курс «Теория вероятностей. Случайные процессы».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся понятийного аппарата в области теории множеств, теория функций, линейная алгебра, основ исчисления вероятностей.

Целями освоения дисциплины «Математическая статистика» являются овладение известными идеями и методами обработки случайных наблюдений и проверки простейших статистических гипотез.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** |
| --- | --- |
| *ОПК-1*  Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности  (базовый этап) | ***УМЕТЬ***  *У1(ОПК-1) Уметь использовать фундаментальные знания в области математического анализа, дискретной математики для анализа многомерных законов распределений* |
| *ПК-2*  Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики  (базовый этап) | ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК-2) Студент должен знать:*  *1) понятие многомерного закона распределения*  *2) основные числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин*  *3) основные виды сходимости случайных последовательностей*  *4) понятие закона больших чисел*  *5) понятие о центральной предельной теореме*  *6) понятие статистической выборки*  *7) способы представления выборочного распределения*  *8) понятие оценки параметра распределения*  *9) понятие статистической гипотезы*  *10) понятие ошибок первого и второго рода*  ***УМЕТЬ***  *У1(ПК-2) Уметь решать практические задачи, аналогичные рассмотренным в курсе*  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-2) Владеть набором типовых процедур, применяемых для решения естественнонаучных статистических задач* |

1. **Структура и содержание дисциплины «Теория вероятностей»**

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 50 часов составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем:

32 часов занятия лекционного типа,

16 часов практические работы

2 часа промежуточной аттестации

58 часов самостоятельной работы студентов (в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины

| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | в том числе | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | **Самостоятельная**  **работа студента**  **часы** | | |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Лабораторные работы** |  | **Всего**  **контактных часов** | **СРС** |  | **Всего**  **СРС** |
| Случайный вектор, его распределение. Свойства функции распределения случайного вектора. Типы случайных векторов. Маргинальные распределения векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных случайных векторов. | 19 | 6 | 2 |  |  | 8 | 11 |  | 11 |
| Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация случайных величин и векторов. Их свойства. Примеры для стандартных распределений. | 14 | 4 | 2 |  |  | 6 | 8 |  | 8 |
| Последовательности случайных величин, пределы и признаки сходимости . | 14 | 4 | 2 |  |  | 6 | 8 |  | 8 |
| Законы больших чисел (теоремы Бернулли, Чебышева). Центральная предельная теорема ( теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа). | 14 | 4 | 2 |  |  | 6 | 8 |  | 8 |
| Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко. Выборочные моменты случайных величин. | 14 | 4 | 2 |  |  | 6 | 8 |  | 8 |
| Оценка параметров распределения. Методы моментов и максимального правдоподобия. Качество точечных оценок .Доверительные интервалы. Качество оценок. | 15 | 4 | 3 |  |  | 6 | 8 |  | 8 |
| Элементы теории проверки статистических гипотез. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Критерий хи - квадрат Пирсона, Критерий отношения правдоподобия. | 18 | 6 | 5 |  |  | 10 | 7 |  | 7 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация: Экзамен** | | | | | | | | | |

1. **Образовательные технологии**

Основной формой обучения является лекционная. При самостоятельной работе и подготовке к зачету студенты имеют доступ к материалам курса (библиотечные ресурсы).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**
   1. **Виды самостоятельной работы студентов:**– проработка лекционного материала;  
      – выполнение домашних заданий.  
      – подготовка к промежуточной аттестации.
   2. **Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов  
      Литература:**

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

2. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**, включающий:
   1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

*Оценка уровня формирования компетенции ОПК‐1*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| Уметь  У1(ОПК-1) | Отсутствует способность решения стандартных задач. | Плохой уровень формирования компетенции.  «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок при решении стандартных задач. | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «неудовлетворительно» |
| **Уметь** У1 с погрешностями.  . | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно» |
| **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. | Хороший уровень  формирования компетенции.  «Хорошо» |
| **Уметь** У1 в полном объеме. | Отличный уровень  формирования компетенции  «Отлично» |

Оценка компетенции ПК-2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Индикаторы компетенции** | **Критерии оценивания  (дескрипторы)** | **Шкала оценивания** |
| Знать: З1(ПК-2)  Уметь: У1(ПК-2)  Владеть: В1(ПК-2) | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Плохой уровень формирования компетенции.  «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Неудовлетворительно» |
| **Знать** некоторые основные понятия и теории вероятностей. **Уметь** У1 с погрешностями. **Владеть** некоторыми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях  . | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно» |
| **Знать** большинство основных понятий теории вероятностей и случайных процессов. **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Хороший уровень  формирования компетенции.  «Хорошо» |
| **Знать** понятия изучаемой области. **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Очень хороший уровень  формирования компетенции  «Очень хорошо» |
| **Знать** основной материал, предусмотренный компетенцией, без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1 в полном объеме. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях. | Отличный уровень  формирования компетенции  «Отлично» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь**У1 в полном объеме. Свободно **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях. | Превосходный уровень  формирования компетенции  «Превосходно» |

**Карта компетенций для оценивания умений и навыков**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Индикаторы  компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | | | | | | |
| «плохо» | «неудовлетворительно» | «удовлетворительно» | «хорошо» | «очень хорошо» | «отлично» | «превосходно» |
| Умения  У1(ОПК-1), У1(ПК-2) | отсутствует способность решения стандартных задач | наличие грубых ошибок при решении стандартных задач | способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками | способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями | способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей | Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач | способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач |
| Навыки  В1(ПК-2), | полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией | отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией | наличие минимально необходимого множества навыков | наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | наличие всех основных навыков, продемонстрированных в стандартных ситуациях | наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных и нестандартных ситуациях |

* 1. Описание шкал оценивания

Для оценивания результатов «Математическая статистика» учебной деятельности студентов при изучении дисциплины используется балльная система оценки учебной работы студентов. По результатам итоговой аттестации проставляются оценки «Зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «удовлетворительно» и выше) и «Не зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «плохо» и «неудовлетворительно»).

* 1. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- собеседование

- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- задачи (практические задания);

- решение практических задач экзаменационного билета.

* 1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**6.4.1. Примеры домашних заданий для оценки компетенции ОПК-1**

*Задача 1.* Случайные величины 1 и 2 независимы и каждая имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 2. Найти математическое ожидание величины  =   |1 + 2|.

*Задача 2.* Двумерная случайная величина  = (1, 2) имеет плотность распределения



Найти одномерную плотность случайной величины 1.

**6.4.2. Примеры домашних заданий для оценки компетенции ПК-2**

**Задача 1.** Проверьте по критерию хи-квадрат Пирсона гипотезу согласия выборки

3.90; 4.26; 2.02; 2.21; 2.75; 3.31; 3.06; 2.78;  
2.40; 2.12; 3.27; 3.70; 2.43; 2.75; 2.86; 2.49

с равномерным распределением в интервале (2, 5).

**6.4.3. Вопросы к экзамену**

1. Многомерный случайный вектор. Типы распределений. Многомерная функция распределения и ее свойства
2. Маргинальные распределения векторов. Примеры многомерных дискретных и непрерывных распределений.
3. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства
4. Ковариация и коэффициент корреляции. Их свойства.
5. Виды сходимости случайных последовательностей.
6. Законы больших чисел (теоремы Чебышева и Бернулли).
7. Центральная предельная теорема ( теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа).
8. Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко.
9. Выборочные моменты случайных величин. Их свойства
10. Метод максимального правдоподобия для оценки параметров. Примеры
11. Метод моментов для оценки параметров. Примеры.
12. Качество точечных оценок параметров. Примеры.
13. Доверительные интервалы. Примеры.
14. Статистическая гипотеза, статистический критерий, уровень значимости, мощность критерия.
15. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.
16. Критерий отношения правдоподобия.

**Критерии оценок при проверке решений практических задач**

|  |  |
| --- | --- |
| **Зачтено** | Большинство задач решено, возможно, с использованием наводящих указаний преподавателя |
| **Не зачтено** | Не смотря на наводящие указания преподавателя, большинство задач не решено или решено неверно |

**Критерии оценок на экзамене:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Превосходно** | Очень высокий уровень подготовки без погрешностей |
| **Отлично** | Высокий уровень подготовки без ошибок и погрешностей |
| **Очень хорошо** | Подготовка выше среднего с незначительными погрешностями |
| **Хорошо** | Средний уровень подготовки, но с заметными погрешностями |
| **Удовлетворительно** | Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям с негрубыми ошибками |
| **Неудовлетворительно** | Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания, делает грубые ошибки |
| **Плохо** | Подготовка совершенно недостаточная |

**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014. <http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf>

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с  
возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 01.03.01 «Математика»

Автор к. ф.-м. наук, доцент В.А. Зорин

Программа одобрена на заседании кафедры программной инженерии Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.П. Гергель

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.