МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

(факультет / институт / филиал)

|  |
| --- |
|  |
| УТВЕРЖДЕНО решением президиума Ученого совета ННГУ протокол от «11» мая 2021 г. № 2\_\_ |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Теория вероятностей и математическая статистика |

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 01.03.03 Механика и математическое моделирование |

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг |

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2021 год

1. **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина Б1.О.24 Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.22 Теория вероятностей относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование |

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции**\* (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения  по дисциплине\*\*** |
| **ОПК-1**. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности | **ОПК-1.1**.  Знаетосновы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. | *Знать:*  *1) основные понятия теории вероятностей*  *2) основные теоремы исчисления вероятностей*  *3) понятие одномерной случайной величины и ее закона распределения*  *4) понятие случайного процесса*  *5) понятие конечномерного распределения случайного процесса*  *6) числовые характеристики случайных процессов*  *7) аналитические свойства траекторий случайных процессов*  *8) интегрирование случайных процессов*  *9) понятие многомерного закона распределения*  *10) основные числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин*  *11) основные виды сходимости случайных последовательностей*  *12) понятие закона больших чисел*  *13) понятие о центральной предельной теореме*  *14) понятие статистической выборки*  *15) способы представления выборочного распределения*  *16) понятие оценки параметра распределения*  *17) понятие статистической гипотезы*  *18) понятие ошибок первого и второго рода* | *Собеседование* |
| **ОПК-1.2**. **Умеет** анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук. | *Уметь*  *1) строить вероятностные модели простых случайных экспериментов*  *2) решать практические задачи, аналогичные рассмотренным в курсе* | *Задачи (практические задания)* |
| **ОПК-1.3**. **Владеет навыками** применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач. | *Владеть*  *1) набором типовых моделей случайных экспериментов, применяемых для решения естественнонаучных задач*  *2) набором типовых процедур, применяемых для решения естественнонаучных статистических задач* | *Задачи (практические задания)* |

**3. Структура и содержание дисциплины**

**3.1. Трудоемкость дисциплины**

**4 семестр**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **2 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **72** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):**  **- занятия лекционного типа**  **- занятия семинарского типа**  **- занятия лабораторного типа**  **- текущий контроль (КСР)** | **16 32 – 1** |
| **самостоятельная работа** | **23** |
| **Промежуточная аттестация – зачет** |  |

**5 семестр**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **3 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **108** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):**  **- занятия лекционного типа**  **- занятия семинарского типа**  **- занятия лабораторного типа**  **- текущий контроль (КСР)** | **32 16 – 2** |
| **самостоятельная работа** | **22** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | **36** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен (5 семестр), зачет****(4 семестр)** | **36** |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины** | **Всего  (часы)**  Очная | В том числе | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы.** Из них | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** Очная |
| **Занятия лекционного   типа** Очная | **Занятия семинарского   типа** Очная | **Занятия лабораторного   типа** Очная | **Всего** Очная |
| Случайные события. Вероятностное пространство .свойства вероятностной меры. Способы задания вероятностной меры. | 14 | 4 | 6 |  | 10 | 4 |
| Уловная вероятность. Формулы умножения, сложения, полной вероятности, Байеса. Независимые события. Примеры. | 12 | 2 | 6 |  | 8 | 4 |
| Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Понятие о теореме Муавра – Лапласа. Применения. | 15 | 4 | 6 |  | 10 | 5 |
| Дискретные случайные величины. Распределения: Биномиальное, Пуассоновское, геометрическое распределение, отрицательно- биномиальное. | 12 | 2 | 6 |  | 8 | 4 |
| Общее определение случайных величин. Функция распределения случайных величин, ее свойства. Понятие о теоремах Лебега. Типы распределений. Абсолютно непрерывные с.в. Плотность распределения с.в., ее свойства. Примеры распределений: равномерное, нормальное, экспоненциальное, гамма распределение. | 17 | 4 | 8 |  | 12 | 5 |
| Текущий контроль (КСР) в 4 семестре | 1 |  |  |  | 1 |  |
| Промежуточная аттестация в 4 семестре – зачет |  |  |  |  |  |  |
| Случайный вектор, его распределение. Свойства функции распределения случайного вектора. Типы случайных векторов. Маргинальные распределения векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных случайных векторов. | 11 | 6 | 2 |  | 8 | 3 |
| Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация случайных величин и векторов. Их свойства. Примеры для стандартных распределений. | 9 | 4 | 2 |  | 6 | 3 |
| Последовательности случайных величин, пределы и признаки сходимости . | 9 | 4 | 2 |  | 6 | 3 |
| Законы больших чисел (теоремы Бернулли, Чебышева). Центральная предельная теорема ( теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа). | 9 | 4 | 2 |  | 6 | 3 |
| Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко. Выборочные моменты случайных величин. | 9 | 4 | 2 |  | 6 | 3 |
| Оценка параметров распределения. Методы моментов и максимального правдоподобия. Качество точечных оценок .Доверительные интервалы. Качество оценок. | 9 | 4 | 2 |  | 6 | 3 |
| Элементы теории проверки статистических гипотез. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Критерий хи - квадрат Пирсона, Критерий отношения правдоподобия. | 14 | 6 | 4 |  | 10 | 4 |
| Текущий контроль (КСР) в 5 семестре | 2 |  |  |  | 2 |  |
| Промежуточная аттестация в 5 семестре – экзамен | 36 |  |  |  | 36 |  |
| Основные определения теории случайных процессов. Примеры процессов: Гальтона-Ватсона ветвящиеся процессы, вероятность вырождения, процесс восстановлния, уравнение восстановления для функции восстановления, Процесс Пуассона (неоднородный), процесс винеровский. Применения процессов. | 16 | 6 | 4 |  | 10 | 6 |
| Классы моделей процессов. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы. | 10 | 4 | 2 |  | 6 | 4 |
| Непрерывность и дифференцируемость траекторий случайных процессов. Критерии таких свойств. Примеры. | 10 | 4 | 2 |  | 6 | 4 |
| Интегрирование в среднем квадратическом случайных процессов. Критерий существования интегралов от случайных процессов. Примеры применения Разложение в среднем квадр. процессов. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление стационарных процессов. | 8 | 4 | 2 |  | 6 | 2 |
| Интеграл Ито, дифференциал Ито. Формула замены переменных Ито. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито. Примеры применений уравнений Ито. Понятие о фильтрации Каллмана - Бьюси, применение интегралов в задачах финансовой математики. | 12 | 4 | 2 |  | 6 | 4 |
| Применения и некоторые свойства мартингалов. | 16 | 10 | 4 |  | 14 | 2 |
| Текущий контроль в 6 семестре (КСР) | 2 |  |  |  | 2 |  |
| Промежуточная аттестация в 6 семестре – экзамен | 36 |  |  |  | 36 |  |
| Итого | 288 | 80 | 64 |  | 221 | 67 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма (зачет, экзамен).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Виды самостоятельной работы студентов: проработка лекционного материала, выполнение домашних заданий, подготовка к промежуточной аттестации.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**),

включающий:

* 1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** | | | | | | |
| **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| Не зачтено | | Зачтено | | | | |
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минималь­ных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минималь­ных умений. Невозмож­ность оценить наличие умений вследствие отказа обучающего­ся от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущест­венным недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонст­рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оценка** | | **Уровень подготовки** |
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

**5.2.1 Контрольные вопросы к зачету в 4 семестре**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос | Код компетенции  *(согласно РПД)* |
| 1. Сформулируйте аксиомы выбора элементарных исходов. | ОПК-1 |
| 1. Докажите основные свойства операций над случайными событиями | ОПК-1 |
| 1. Сформулируйте классическое определение вероятности | ОПК-1 |
| 1. Сформулируйте геометрическое определение вероятности. | ОПК-1 |
| 1. Сформулируйте определение условной вероятности. | ОПК-1 |
| 1. Докажите теорему умножения вероятностей для двух исходов. | ОПК-1 |
| 1. Докажите теорему умножения для *n* событий (*n*  3) | ОПК-1 |
| 1. Дайте определение независимости двух событий | ОПК-1 |
| 1. Докажите теорему сложения вероятностей для двух событий | ОПК-1 |
| 1. Дайте определение независимости *n* событий (*n*  3) | ОПК-1 |
| 1. Докажите формулу Бернулли. | ОПК-1 |
| 1. Сформулируйте и докажите теорему Пуассона. | ОПК-1 |

**5.2.2 Контрольные вопросы кэкзаменам в 5 и 6 семестрах**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос | Код компетенции  *(согласно РПД)* |
| 1. Многомерный случайный вектор. Типы распределений. Многомерная функция распределения и ее свойства | ОПК-1 |
| 1. Маргинальные распределения векторов. Примеры многомерных дискретных и непрерывных распределений. | ОПК-1 |
| 1. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства | ОПК-1 |
| 1. Ковариация и коэффициент корреляции. Их свойства. | ОПК-1 |
| 1. Виды сходимости случайных последовательностей. | ОПК-1 |
| 1. Законы больших чисел (теоремы Чебышева и Бернулли). | ОПК-1 |
| 1. )Центральная предельная теорема ( теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа). | ОПК-1 |
| 1. Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко. | ОПК-1 |
| 1. Выборочные моменты случайных величин. Их свойства | ОПК-1 |
| 1. Метод максимального правдоподобия для оценки параметров. Примеры | ОПК-1 |
| 1. Метод моментов для оценки параметров. Примеры. | ОПК-1 |
| 1. Качество точечных оценок параметров. Примеры. | ОПК-1 |
| 1. Доверительные интервалы. Примеры. | ОПК-1 |
| 1. Статистическая гипотеза, статистический критерий, уровень значимости, мощность критерия. | ОПК-1 |
| 1. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона. | ОПК-1 |
| 1. Критерий отношения правдоподобия. | ОПК-1 |
| 1. Случайные события. Операции над событиями. Алгебра и сигма-алгебра событий. | ОПК-1 |
| 1. Вероятностное пространство. Свойства вероятностной меры. | ОПК-1 |
| 1. Способы задания вероятностной меры. | ОПК-1 |
| 1. Условная вероятность. Теоремы умножения. Независимость событий. | ОПК-1 |
| 1. Основные теоремы о вероятностях: теорема сложения, формула полной вероятности | ОПК-1 |
| 1. Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. | ОПК-1 |
| 1. Схема независимых испытаний Бернулли. Теорема Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа. | ОПК-1 |
| 1. Типовые дискретные случайные величины | ОПК-1 |
| 1. Типовые непрерывные случайные величины | ОПК-1 |
| 1. Общее определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства. | ОПК-1 |
| 1. Случайные процесс и его конечномерные распределения. Теорема Колмогорова | ОПК-1 |
| 1. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы | ОПК-1 |
| 1. Непрерывность траекторий случайного процесса. Критерии, примеры | ОПК-1 |
| 1. Дифференцируемость траектории случайного процесса. Критерии, примеры. | ОПК-1 |
| 1. Интегрирование в среднем квадратичном случайного процесса. Критерии интегрируемости. Примеры | ОПК-1 |
| 1. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление случайных процессов | ОПК-1 |
| 1. Определение и свойства интеграла Ито | ОПК-1 |
| 1. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито | ОПК-1 |

**5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции «ОПК-1»**

*Задача 1*. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 1/10. Каковы вероятности того что сообщение из 10 знаков *а*) не будет искажено; *б*) содержит ровно 3 искажения; *в*) содержит не более трех искажений.

*Задача 2*. Задан случайный процесс *X*(*t*) = *V∙t*2, (*t*>0), где *V* – случайная величина с равномерным распределением на интервале [0, 3]. Найти одномерную функцию и одномерную плотность распределения этого процесса.

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

**7.Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ОС 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 2 июня 2021 года, протокол № 8.

Автор к.ф-м.н., доцент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.А.Зорин

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_В.П. Гергель