

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт аспирантуры и докторантуры

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
« 31 » августа 2021 г. № 11

Рабочая программа дисциплины

**Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление
(кандидатский минимум)**

Уровень высшего образования
Подготовка кадров высшей квалификации
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки
**01.01.02. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление**

Квалификация выпускника
Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2021

1. Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы ОПОП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (кандидатский минимум)» относится к вариативной части Блока 1, является дисциплиной по выбору обучающихся и изучается на 3 году обучения в аспирантуре по специализации «01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» в 6 семестре. Индекс дисциплины - **Б1.В.01.01.**

Форма отчетности - экзамен в 6 семестре

Целью освоения дисциплины является формирование у обучающихся предусмотренных учебным планом компетенций ОПК-1; УК-5; УК-1; ОПК-2; ПК-3; ПК-2; ПК-1.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями выпускников)

Таблица 1

№ п/п	Код компетенции*	Содержание компетенции	Планируемые результаты обучения
1	УК-1 базовый	Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знать: З1(УК-1) основные результаты и теоремы теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП), их приложений к механике и физике. Уметь: У1(УК-1) строить геометрические модели при изучении решений дифференциальных уравнений. Владеть: В1(УК-1) навыками численного исследования динамических систем.
2	УК-5 базовый	Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития	Знать: З1(УК-5) знать место теории ОДУ и уравнений в частных производных в прикладных исследованиях. Уметь: У1(УК-5) применять полученные знания при исследовании основных решений систем дифференциальных уравнений и их изменений при вариации параметров. Владеть: В1(УК-5) навыками и методами исследования поведения решений

			дифференциальных систем.
3	ОПК-1 базовый	Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	<p>Знать: З1(ОПК-1) основные понятия теории ОДУ и ДУЧП, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p>Уметь: У1(ОПК-1) самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области ОДУ, динамических систем и оптимального управления, использовать современные средства поиска информации для проводимых исследований (каталоги библиотек, Интернет-ресурсы, различные базы данных)</p> <p>Владеть: В1(ОПК-1) опытом использования базовых знаний ОДУ, ДУЧП и оптимального управления.</p>
4	ОПК-2 базовый	Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	<p>Знать: З1(ОПК-2) методы анализа ОДУ, ДУЧП, в том числе с применением современных вычислительных систем, основные методы и подходы при изложении теории и практики применения ОДУ, ДУЧП и оптимального управления.</p> <p>Уметь: У1(ОПК-2) использовать на практике математические методы в преподавательской деятельности.</p> <p>Владеть: В1(ОПК-2) опытом нахождения, анализа и использования литературы по ОДУ, ДУЧП и оптимальному управлению в преподавательской деятельности, опытом подготовки презентаций.</p>
5	ПК-1 базовый	Способность получать новые научные и прикладные результаты в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления	<p>Знать: З1(ПК-1) методы исследования базовых задач из теории ОДУ, ДУЧП и оптимального управления.</p> <p>Уметь: У1(ПК-1) применять современные методы анализа ОДУ и ДУЧП.</p> <p>Владеть: В1(ПК-1) опытом применения математически корректной постановки естественнонаучных задач, постановки классических задач математики</p>
6	ПК-2	Способность	Знать: З1(ПК-2) основы теории ОДУ и УЧП

	базовый	формулировать новые конкурентные идеи в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления	и оптимального управления, их место в математике и приложениях, происхождение соответствующих понятий и методов. Уметь: У1(ПК-2) выделять новое и определять известное при чтении и анализе литературы, определять перспективные методы исследования, понимать логику развития теории.
7	ПК-3 базовый	Способность самостоятельно разрабатывать курсы по выбору для студентов вузов по профилю научной направленности	Знать: З1(ПК-3) основы строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата Уметь: У1(ПК-3) строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата Владеть: В1(ПК-3) способностью разрабатывать курсы по выбору для студентов, строго доказывать утверждения, формулировать результаты и следствия из полученного результатов.

Таким образом, в результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные понятия теории ОДУ, ДУЧП и оптимального управления, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

Уметь: решать стандартные ОДУ и ДУЧП;

Владеть: математическим аппаратом исследования ОДУ, ДУЧП.

3. Структура и содержание дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (кандидатский минимум)»

Объем дисциплины составляет **3** зачетные единицы, всего **108** часов, из которых

36 часа составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем - практические занятия (семинары, научно-практические занятия, проекты);

72 часа составляет самостоятельная работа обучающегося (индивидуальная работа обучающегося по текущему материалу, подготовка проекта, а также, включая 36 часов подготовки к экзамену).

Структура дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (кандидатский минимум)»

Таблица 2

Наименование и краткое содержание	Всего	в том числе
-----------------------------------	-------	-------------

разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа студента часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Лабораторные	Консультации индивидуальные	Всего Контактных часов	СРС
ОДУ:	20		10			10	10
ДУЧП:	20		10			10	10
Динамические системы.	18		8			8	10
Оптимальное управление .	14		8			8	6
В т.ч. текущий контроль							
Промежуточная аттестация – экзамен	36						
Итого	108		36			36	36

Таблица 3

Содержание разделов дисциплины

П/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Форма проведения занятий	Форма текущего контроля
1	ОДУ:	<p>1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p>2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решений.</p> <p>3. Общая теория линейных уравнений и систем (глобальность существования решения, существование фундаментальной матрицы, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.).</p> <p>4. Автономные нелинейные системы ОДУ. Положения равновесия, их классификация. Предельные циклы.</p> <p>5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.</p>	Семинары, групповые и индивидуальные консультации	Обсуждение с обучающимися основных положений разделов практических занятий в формате семинара или круглого стола

		<p>6. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.</p> <p>7. Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.</p> <p>8. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.</p> <p>9. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.</p> <p>10. Первые интегралы. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.</p>		
2	ДУЧП:	<p>1. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.</p> <p>2. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.</p> <p>3. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)</p> <p>4. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)</p> <p>5. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)</p> <p>6. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.</p> <p>7. Пространства Соболева W_m^p. Теоремы вложения, следы функций из W_m^p на границе области.</p> <p>8. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и</p>	Семинары, групповые и индивидуальные консультации	Обсуждение с обучающимися основных положений разделов практических занятий в формате семинара или круглого стола

		<p>собственные значения.</p> <p>9. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).</p> <p>10. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.</p> <p>11. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.</p> <p>12. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.</p>		
3	Динамические системы.	<p>Динамические системы. Понятие дискретной и непрерывной динамической системы (поток и каскады). Фазовое пространство. Понятия неблуждающего (блуждающего) множества, Ω- (A) предельного множества динамической системы и их свойства. Определение топологической эквивалентности потоков и сопряженности каскадов.</p> <p>2. Понятие грубой и структурной устойчивой динамической системы, определенной в ограниченной части плоскости. Аналитические условия грубости (гиперболичности) состояний равновесия и замкнутых траекторий динамической системы на плоскости.</p> <p>3. Динамическая классификация грубых состояний равновесия и замкнутых траекторий. Теоремы Гробмана-Хартмана о локальной эквивалентности потока в окрестности грубого состояния равновесия потоку, определяемому линейным приближением.</p> <p>4. Необходимые и достаточные условия грубости потока на плоскости (результаты Андронова-Понтрягина).</p> <p>5. Схема доказательства достаточных условий грубости потока на плоскости.</p> <p>6. Необходимые и достаточные условия грубости каскадов на окружности и потоков без состояния равновесия на двумерном торе (результаты А.Г. Майера).</p> <p>7. Топологическая классификация грубых каскадов на окружности и потоков без состояния равновесия на торе.</p> <p>8. Понятие о схеме потока на плоскости с конечным числом особых траекторий. Необходимые и достаточные условия топологической эквивалентности двух грубых</p>	Семинары, групповые и индивидуальные консультации	Обсуждение с обучающимися основных положений разделов практических занятий в формате семинара или круглого стола

		<p>потоков на плоскости (результаты А.Г. Майера и Е.А. Леонтович-Андроновой).</p> <p>9. Грубые состояния равновесия и периодические траектории многомерных динамических систем. Примеры.</p> <p>10. Условия грубости динамической системы на плоскости. Понятие о бифуркации динамической системы.</p> <p>11. Негрубые динамические системы на плоскости коразмерности один. Примеры.</p> <p>12. Локальные бифуркации динамических систем: а) бифуркации состояний равновесия в однопараметрических семействах общего положения; б) бифуркации неподвижных точек в однопараметрических семействах одномерных отображений; в) бифуркация рождения инвариантного тора в случае отсутствия сильных резонансов.</p> <p>13. Основные глобальные бифуркации динамических систем на плоскости: а) бифуркация гомоклинической петли седла, теорема Андронова-Леонтович; б) бифуркация гомоклинической петли седло-узла.</p>		
4	Оптимальное управление	<p>1. Постановка задач оптимального управления. Связь с задачами вариационного исчисления.</p> <p>2. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функция Гамильтона. Условия трансверсальности.</p> <p>3. Необходимые условия оптимальности в общей задаче. Метод множителей Лагранжа.</p> <p>4. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати.</p> <p>5. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстрогодействия для линейных систем.</p> <p>6. Задачи оптимального быстрогодействия. Синтез оптимального управления. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.</p>	Семинары, групповые и индивидуальные консультации	Обсуждение с обучающимися основных положений разделов практических занятий в формате семинара или круглого стола

		7. Теорема Фельдбаума о числе переключений. Условие общности положения. 8. Управляемость линейных систем. 9. Принцип оптимальности Беллмана. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. 10. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени. 11. Связь между принципом оптимальности Беллмана и принципом максимума Понтрягина. 12. Постановка задачи о стабилизации системы. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации. 13. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати. Нестационарные линейно-квадратичные задачи. 14. Общая классификация численных методов решения задач оптимального управления. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности. 15. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.		
--	--	--	--	--

Используются образовательные технологии в форме лекций и занятий семинарского типа.

Лекция-информация. Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

Занятия семинарского типа. Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания.

4. Образовательные технологии

4.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, монографиям и учебным пособиям, указанным в списке литературы, самостоятельном выполнении при контроле со стороны преподавателя заданий по проектным работам, в ответах на вопросы для контроля самостоятельной работы.

Важной составляющей изучения дисциплины является самостоятельная работа обучающихся при подготовке к проектным работам по дисциплине с целью их наиболее эффективного проведения. Самостоятельная работа с подготовкой презентации и выступлением на семинаре

5. Формы организации и контроля самостоятельной работы обучающихся

При этой подготовке обучающиеся дополнительно самостоятельно изучают те разделы теоретического материала, которые являются базовыми при проведении очередной проектной работы. Это дополнительное самостоятельное изучение, прежде всего, основано на углубленном самостоятельном изучении соответствующих разделов книг, учебно-методических пособий приведенных в списках основной и дополнительной литературы. Кроме того, при указанном дополнительном самостоятельном изучении можно использовать и доступные ресурсы сети Интернет, так как они являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Одними из возможных ресурсов для этой цели являются те, которые указаны в списке программного обеспечения и Интернет-ресурсов ниже в разделе 7.

5.1. Вопросы для контроля

Примеры вопросов для контроля самостоятельной работы:

- ОДУ:** 1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
 2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
 3. Теория линейных уравнений и систем: фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации, постоянных.
 4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
 5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
 6. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения неоднородной краевой задачи.
 8. Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
 9. Первые интегралы. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.
- ДУЧП:** 1. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теорема Коши—Ковалевской.
 2. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
 3. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)
 4. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
 5. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
 6. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
 7. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.
 8. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
 9. Псевдо-дифференциальные операторы (определение, основные свойства).
 10. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
 11. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
 12. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

Динамические системы.

1. Понятие дискретной и непрерывной динамической системы (поток и каскады). Фазовое пространство. Понятия неблуждающего (блуждающего) множества, Ω - и A -предельного множества динамической системы и их свойства. Определение топологической эквивалентности потоков и сопряженности каскадов.
2. Понятие грубой и структурной устойчивой динамической системы, определенной в ограниченной части плоскости.
3. Классификация грубых состояний равновесия и замкнутых траекторий.
4. Необходимые и достаточные условия грубости потока на плоскости.
5. Необходимые и достаточные условия грубости каскадов на окружности и потоков без состояния равновесия на двумерном торе (результаты А.Г. Майера).
6. Понятие о схеме потока на плоскости с конечным числом особых траекторий.
7. Грубые состояния равновесия и периодические траектории многомерных динамических систем. Примеры.
8. Условия грубости динамической системы на плоскости. Понятие о бифуркации динамической системы.
11. Негрубые динамические системы на плоскости коразмерности один. Примеры.
12. Локальные бифуркации динамических систем: а) бифуркации состояний равновесия в однопараметрических семействах общего положения; б) бифуркации неподвижных точек в однопараметрических семействах одномерных отображений; в) бифуркация рождения инвариантного тора в случае отсутствия сильных резонансов.
13. Основные глобальные бифуркации динамических систем на плоскости: а) бифуркация гомоклинической петли седла, теорема Андронова-Леонтович; б) бифуркация гомоклинической петли седло-узла.

6. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

6.1. Перечень проверяемых компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы формирования компетенций

Описание показателей и критериев оценивания компетенций приведено в Приложении 1.

6.2. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения аспирантами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания изученного материала
- способности использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Результаты обучения оцениваются на экзамене с учётом самостоятельно выполненной проектной работы. Задание экзамена состоит из одного теоретического вопроса и выполнения одного практического задания. Отводимое на ответы время – в пределах 1 академического часа.

Оценка	Уровень подготовки
Отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает

	теоретический материал практическими примерами. Активная работа на практических занятиях
Хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, формулировках и доказательствах теорем, и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Работа на практических занятиях
Удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки, но при ответах на наводящие вопросы, может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Посещение практические занятия.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Пропуск большей части практических занятий.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Нет ответа на поставленные вопросы. Отсутствие на большинстве лекций и практических занятий.

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии :

- ответы на вопросы к экзамену,
- выполнение проектных работ.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- решение практических задач

6.3 Примеры типовых контрольных заданий или иных материалов, необходимых для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций.

Вопросы к экзамену

ОДУ: Условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для системы ОДУ.

2. Понятие фундаментальной матрицы линейной систему ОДУ первого порядка, формула Лиувилля—Остроградского.

3. Типы состояний равновесия автономных систем на плоскости. Типы предельных циклов.

4. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

6. Представление решения неоднородной краевой задачи через функцию Грина.

8. Свойства собственных функций задачи Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка.

9. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики.

ДУЧП: 1. Формулировка теоремы Коши—Ковалевской.

2. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.

3. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения.
4. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Принцип максимума, гладкость.
5. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений: принцип максимума, бесконечная скорость распространения.
6. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения.
7. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
8. Основные свойства нелинейных гиперболических уравнений.

Динамические системы.

1. Понятие дискретной и непрерывной динамической системы (потoki и каскады). Фазовое пространство. Понятия неблуждающего (блуждающего) множества, Ω - и A -предельного множества динамической системы и их свойства. Определение топологической эквивалентности потоков и сопряженности каскадов.
2. Понятие грубой и структурной устойчивой динамической системы, определенной в ограниченной части плоскости.
3. Классификация грубых состояний равновесия и замкнутых траекторий.
4. Необходимые и достаточные условия грубости потока на плоскости.
5. Примеры грубых состояний равновесия и периодических траекторий многомерных динамических систем.
6. Негрубые динамические системы на плоскости коразмерности один. Примеры.
7. Локальные бифуркации состояний равновесия в однопараметрических семействах общего положения.
8. Основные глобальные бифуркации динамических систем на плоскости: а) бифуркация гомоклинической петли седла, теорема Андронова-Леонтович; б) бифуркация гомоклинической петли седло-узла.

Оптимальное управление.

1. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа.
2. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы.
3. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.
4. Задачи оптимального быстрогодействия. Синтез оптимального управления.
5. Теорема Фельдбаума о числе переключений. Условие общности положения.

6. Принцип оптимальности Беллмана. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
7. Связь между принципом оптимальности Беллмана и принципом максимума Понтрягина.
8. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

“Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (кандидатский минимум)”

а) основная литература:

1. Понтрягин Л. С. - Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. для студентов мат. специальностей ун-тов. - М. : Наука, 1982. - 331 с
<http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=0&IdField=137309231&DB=1> 186 экз.
2. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука,
<http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=0&IdField=137223707&DB=1> 1971 1 экз. 1975 4 экз.
3. Федорюк М. В. - Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1980. - 350 с.
<http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=6&IdField=3539156&DB=1> 2 экз.
4. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Физматлит, 1985. <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=91467&DB=1> 4 экз.
5. Владимиров В. С. , Жаринов В. В. - Уравнения математической физики: учеб. для студентов вузов. - М.: Физматлит, 2008. - 400 с.
<http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=0&IdField=137240724&DB=1> 10 экз.
7. Михайлов В. П. - Дифференциальные уравнения в частных производных: [учеб. пособие для мех.-мат. и физ. специальностей вузов]. - М.: Наука, 1983. - 424 с.
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=93548&DB=1> 4 экз.

а) дополнительная литература:

1. Петровский И. Г. - Лекции об уравнениях с частными производными. - М.: Физматлит, 404 с.
<http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=0&IdField=137306478&DB=1> 1961.1 экз, 2009 г. 1 экз
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. - Уравнения математической физики: [учеб. пособие для ун-тов]. - М.: Наука, 1972. - 735 с.
<http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=0&IdField=137329901&DB=1> 7 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics.htm>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (кандидатский минимум)»:

- помещения для проведения занятий: лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования и помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ;
- Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Института информационных технологий, математики и механики.
- материально-техническое обеспечение, необходимое для реализации дисциплины, включая лабораторное оборудование
- лицензионное программное обеспечение (*не менее 2 - Windows, Microsoft Office*);
- обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечиваются электронными и (или) печатными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлениям **01.06.01 Математика и механика**

Автор: профессор кафедры ДУМЧА Д.В.Баландин
профессор Л.М.Лерман

Рецензент (ы) _____

Директор Института аспирантуры

Б.И.Бедный

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 02.06.2021 года, протокол № 8.

Карты компетенций, в формировании которых участвует дисциплина

*Оценивание уровня сформированности компетенции **ПК-1***

Способность получать новые научные и прикладные результаты в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
<p>Знать: З1(ПК-1) методы исследования базовых задач из теории ОДУ, ДУЧП и оптимального управления.</p> <p>Уметь: У1(ПК-1) применять современные методы анализа ОДУ и ДУЧП.</p> <p>Владеть: В1(ПК-1) опытом применения математически корректной постановки естественнонаучных задач, постановки классических задач математики</p>	<p>Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.</p> <p>Отсутствует умение анализировать известные результаты.</p> <p>Полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией</p>	<p>Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки при анализе известных результатов. Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией</p>	<p>Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок в знании положений дисциплины. Наличие умений анализировать известные результаты и доказывать утверждения негрубыми ошибками. Наличие минимально необходимого множества навыков</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Наличие умений анализировать известные результаты, доказывать утверждения, оформлять результаты с незначительными и погрешностями. Наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях.</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Наличие умения анализировать известные результаты по теме исследования, формулировать гипотезы, доказывать утверждения, оформлять полученные результаты без ошибок и погрешностей. Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях</p>

*Оценивание уровня сформированности компетенции **ПК-2***

Способность формулировать новые конкурентные идеи в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5

<p>Знать: 31(ПК-2) основы теории ОДУ и УЧП</p> <p>и оптимального управления, их место в математике и приложениях, происхождение соответствующих понятий и методов.</p> <p>Уметь: У1(ПК-2) выделять новое и определять известное при чтении и анализе литературы, определять перспективные методы исследования, понимать логику развития теории.</p>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.	Отсутствие умений. Полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. Наличие грубых ошибок при демонстрации умений.	Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок в знании взаимосвязи между различными подходами исследования дифференциальных уравнений и динамических систем. Демонстрация умений с негрубыми ошибками. Наличие минимально необходимого множества навыков	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Демонстрация умений с незначительным и погрешностями. Наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Демонстрация умений без ошибок и погрешностей в стандартных ситуациях. Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях

Оценивание уровня сформированности компетенции ПК-3

Способность самостоятельно разрабатывать курсы по выбору для студентов вузов по профилю научной направленности

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
Знать: 31(ПК-3) основы строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата Уметь: У1(ПК-3) строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводиться следствия из полученного результата Владеть: В1(ПК-3) способностью разрабатывать курсы по выбору для студентов, строго доказывать утверждения,	Отсутствие знаний теоретического о материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие предусмотренных умений. Полное отсутствие навыков,	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. Наличие грубых ошибок при демонстрации умений. Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки в знании взаимосвязи между различными подходами исследования дифференциальных уравнений и динамических систем. Демонстрация умений с негрубыми ошибками. Наличие	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Демонстрация умений с незначительным и погрешностями. Наличие большинства основных навыков,	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Демонстрация умений без ошибок и погрешностей в стандартных ситуациях. Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях

формулировать результаты и следствия из полученного результатов.	предусмотренных компетенцией		минимально необходимого множества навыков	продемонстрированное в стандартных ситуациях.	
--	------------------------------	--	---	---	--

Оценка уровня формирования компетенции **ОПК-1**

Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
<p>Знать: З1(ОПК-1) основные понятия теории ОДУ и ДУЧП, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p>Уметь: У1(ОПК-1) самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области ОДУ, динамических систем и оптимального управления, использовать современные средства поиска информации для проводимых исследований (каталоги библиотек, Интернет-ресурсы, различные базы данных)</p> <p>Владеть: В1(ОПК-1) опытом использования базовых знаний ОДУ, ДУЧП и оптимального управления.</p>	<p>Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.</p> <p>Отсутствие предусмотренных умений.</p> <p>Полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией</p>	<p>Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. Наличие грубых ошибок при демонстрации умений.</p> <p>Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией</p>	<p>Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок в знании взаимосвязи между различными подходами исследования дифференциальных уравнений и динамических систем.</p> <p>Демонстрация умений с негрубыми ошибками. Наличие минимально необходимого множества навыков</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Демонстрация умений с незначительным и погрешностями. Наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях.</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Демонстрация умений без ошибок и погрешностей в стандартных ситуациях. Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях</p>

Оценка уровня формирования компетенции **ОПК-2**

Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования

Планируемые	Критерии оценивания результатов обучения
-------------	--

результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	1	2	3	4	5
<p>Знать: З1(ОПК-2) методы анализа ОДУ, ДУЧП, в том числе с применением современных вычислительных систем, основные методы и подходы при изложении теории и практики применения ОДУ, ДУЧП и оптимального управления.</p> <p>Уметь: У1(ОПК-2) использовать на практике математические методы в преподавательской деятельности.</p> <p>Владеть: В1(ОПК-2) опытом нахождения, анализа и использования литературы по ОДУ, ДУЧП и оптимальному управлению в преподавательской деятельности, опытом подготовки презентаций.</p>	<p>Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.</p> <p>Отсутствие предусмотренных умений. Полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией</p>	<p>Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. Наличие грубых ошибок при демонстрации умений.</p> <p>Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией</p>	<p>Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки в знании взаимосвязи между различными подходами исследования дифференциальных уравнений и динамических систем.</p> <p>Демонстрация умений с негрубыми ошибками. Наличие минимально необходимого множества навыков</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Демонстрация умений с незначительным и погрешностями. Наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях.</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Демонстрация умений без ошибок и погрешностей в стандартных ситуациях. Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях</p>

Оценка уровня формирования компетенции УК-1

УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
<p>Знать: З1(УК-1) основные результаты и теоремы теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и</p>	<p>Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие</p>	<p>Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. Наличие грубых ошибок при демонстрации</p>	<p>Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки в знании взаимосвязи между различными подходами</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Демонстрация умений без ошибок и</p>

<p>дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП), их приложений к механике и физике.</p> <p>Уметь: VI(УК-1) строить геометрические модели при изучении решений дифференциальных уравнений.</p> <p>Владеть: B1(УК-1) навыками численного исследования динамических систем.</p>	<p>отказа обучающегося от ответа.</p> <p>Отсутствие предусмотренных умений.</p> <p>Полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией</p>	<p>умений.</p> <p>Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией</p>	<p>исследования дифференциальных уравнений и динамических систем.</p> <p>Демонстрация умений с негрубыми ошибками.</p> <p>Наличие минимально необходимого множества навыков</p>	<p>Демонстрация умений с незначительным и погрешностями.</p> <p>Наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях.</p>	<p>погрешностей в стандартных ситуациях.</p> <p>Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях</p>
---	--	--	---	---	--

Оценка уровня формирования компетенции УК-5

Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
<p>Знать: 3I(УК-5) знать место теории ОДУ и уравнений в частных производных в прикладных исследованиях.</p> <p>Уметь: VI(УК-5) применять полученные знания при исследовании основных решений систем дифференциальных уравнений и их</p>	<p>Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.</p> <p>Отсутствие предусмотренных умений.</p> <p>Полное отсутствие навыков, предусмотренных</p>	<p>Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. Наличие грубых ошибок при демонстрации умений.</p> <p>Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией</p>	<p>Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок в знании взаимосвязи между различными подходами исследования дифференциальных уравнений и динамических систем.</p> <p>Демонстрация умений с негрубыми ошибками.</p> <p>Наличие минимально</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.</p> <p>Демонстрация умений с незначительным и погрешностями.</p> <p>Наличие большинства основных навыков, продемонстриро</p>	<p>Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.</p> <p>Демонстрация умений без ошибок и погрешностей в стандартных ситуациях.</p> <p>Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях</p>

изменений при вариации параметров. <i>Владеть: В1(УК-5)</i> навыками и методами исследования поведения решений дифференциальных систем.	ных компетенцией		необходимого множества навыков	ванное в стандартных ситуациях.	
---	---------------------	--	--------------------------------------	---------------------------------------	--