МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«11» мая 2021 г. № 2__

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
01.03.03 Механика и математическое моделирование
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2021 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.24 Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.22 Теория вероятностей относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине****	
ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	**ОПК-1.1**. Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук.	*Знать:* *1) основные понятия теории вероятностей* *2) основные теоремы исчисления вероятностей* *3) понятие одномерной случайной величины и ее закона распределения* *4) понятие случайного процесса* *5) понятие конечномерного распределения случайного процесса* *6) числовые характеристики случайных процессов* *7) аналитические свойства траекторий случайных процессов* *8) интегрирование случайных процессов* *9) понятие многомерного закона распределения* *10) основные числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин* *11) основные виды сходимости случайных последовательностей* *12) понятие закона больших чисел* *13) понятие о центральной предельной теореме* *14) понятие статистической выборки* *15) способы представления выборочного распределения* *16) понятие оценки параметра распределения* *17) понятие статистической гипотезы* *18) понятие ошибок первого и второго рода*	*Собеседование*
	ОПК-1.2. Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные	*Уметь* *1) строить вероятностные модели простых случайных экспериментов* *2) решать практические задачи, аналогичные рассмотренным в курсе*	*Задачи (практические задания)*

	задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук.		
	ОПК-1.3. Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач.	*Владеть* *1) набором типовых моделей случайных экспериментов, применяемых для решения естественнонаучных задач* *2) набором типовых процедур, применяемых для решения естественнонаучных статистических задач*	*Задачи (практические задания)*

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

4 семестр

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	**2 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**72**
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа): **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- занятия лабораторного типа** **- текущий контроль (КСР)**	 **16** **32** **–** **1**
самостоятельная работа	**23**
Промежуточная аттестация – зачет	

5 семестр

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	**3 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**108**
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа): **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- занятия лабораторного типа** **- текущий контроль (КСР)**	 **32** **16** **–** **2**
самостоятельная работа	**22**
Промежуточная аттестация – экзамен	**36**
Промежуточная аттестация – экзамен (5 семестр), зачет (4 семестр)	**36**

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы) Очная	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы Очная
		Занятия лекционного типа Очная	Занятия семинарского типа Очная	Занятия лабораторного типа Очная	Всего Очная	
Случайные события. Вероятностное пространство .свойства вероятностной меры. Способы задания вероятностной меры.	14	4	6		10	4
Уловная вероятность. Формулы умножения, сложения, полной вероятности, Байеса. Независимые события. Примеры.	12	2	6		8	4
Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Понятие о теореме Муавра – Лапласа. Применения.	15	4	6		10	5
Дискретные случайные величины. Распределения: Биномиальное, Пуассоновское, геометрическое распределение, отрицательно- биномиальное.	12	2	6		8	4
Общее определение случайных величин. Функция распределения случайных величин, ее свойства. Понятие о теоремах Лебега. Типы распределений. Абсолютно непрерывные с.в. Плотность распределения с.в., ее свойства. Примеры распределений: равномерное, нормальное, экспоненциальное, гамма распределение.	17	4	8		12	5
Текущий контроль (КСР) в 4 семестре	1				1	
Промежуточная аттестация в 4 семестре – зачет						
Случайный вектор, его распределение. Свойства функции распределения случайного вектора. Типы случайных векторов. Маргинальные распределения векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных случайных векторов.	11	6	2		8	3
Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация случайных величин и векторов. Их свойства. Примеры для стандартных распределений.	9	4	2		6	3
Последовательности случайных величин, пределы и признаки сходимости .	9	4	2		6	3
Законы больших чисел (теоремы Бернулли, Чебышева). Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа).	9	4	2		6	3
Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко. Выборочные моменты случайных величин.	9	4	2		6	3
Оценка параметров распределения. Методы моментов и максимального правдоподобия. Качество точечных оценок .Доверительные интервалы. Качество оценок.	9	4	2		6	3

Элементы теории проверки статистических гипотез. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Критерий хи - квадрат Пирсона, Критерий отношения правдоподобия.	14	6	4		10	4
Текущий контроль (КСР) в 5 семестре	2				2	
Промежуточная аттестация в 5 семестре – экзамен	36				36	
Основные определения теории случайных процессов. Примеры процессов: Гальтона-Ватсона ветвящиеся процессы, вероятность вырождения, процесс восстановлния, уравнение восстановления для функции восстановления, Процесс Пуассона (неоднородный), процесс винеровский. Применения процессов.	16	6	4		10	6
Классы моделей процессов. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы.	10	4	2		6	4
Непрерывность и дифференцируемость траекторий случайных процессов. Критерии таких свойств. Примеры.	10	4	2		6	4
Интегрирование в среднем квадратическом случайных процессов. Критерий существования интегралов от случайных процессов. Примеры применения Разложение в среднем квадр. процессов. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление стационарных процессов.	8	4	2		6	2
Интеграл Ито, дифференциал Ито. Формула замены переменных Ито. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито. Примеры применений уравнений Ито. Понятие о фильтрации Каллмана - Бьюси, применение интегралов в задачах финансовой математики.	12	4	2		6	4
Применения и некоторые свойства мартингалов.	16	10	4		14	2
Текущий контроль в 6 семестре (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация в 6 семестре – экзамен	36				36	
Итого	288	80	64		221	67

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма (зачет, экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов: проработка лекционного материала, выполнение домашних заданий, подготовка к промежуточной аттестации.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1.Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	**Шкала оценивания сформированности компетенций**						
	плохо	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
	Не зачтено		Зачтено				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущест-венным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонст-рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы к зачету в 4 семестре

Вопрос	Код компетенции *(согласно РПД)*
1. Сформулируйте аксиомы выбора элементарных исходов.	ОПК-1
2. Докажите основные свойства операций над случайными событиями	ОПК-1
3. Сформулируйте классическое определение вероятности	ОПК-1
4. Сформулируйте геометрическое определение вероятности.	ОПК-1
5. Сформулируйте определение условной вероятности.	ОПК-1
6. Докажите теорему умножения вероятностей для двух исходов.	ОПК-1
7. Докажите теорему умножения для n событий ($n \geq 3$)	ОПК-1
8. Дайте определение независимости двух событий	ОПК-1
9. Докажите теорему сложения вероятностей для двух событий	ОПК-1
10. Дайте определение независимости n событий ($n \geq 3$)	ОПК-1
11. Докажите формулу Бернулли.	ОПК-1
12. Сформулируйте и докажите теорему Пуассона.	ОПК-1

5.2.2 Контрольные вопросы кэкзаменам в 5 и 6 семестрах

Вопрос	Код компетенции *(согласно РПД)*
1. Многомерный случайный вектор. Типы распределений. Многомерная функция распределения и ее свойства	ОПК-1

2. Маргинальные распределения векторов. Примеры многомерных дискретных и непрерывных распределений.	ОПК-1
3. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства	ОПК-1
4. Ковариация и коэффициент корреляции. Их свойства.	ОПК-1
5. Виды сходимости случайных последовательностей.	ОПК-1
6. Законы больших чисел (теоремы Чебышева и Бернулли).	ОПК-1
7.)Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа).	ОПК-1
8. Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко.	ОПК-1
9. Выборочные моменты случайных величин. Их свойства	ОПК-1
10. Метод максимального правдоподобия для оценки параметров. Примеры	ОПК-1
11. Метод моментов для оценки параметров. Примеры.	ОПК-1
12. Качество точечных оценок параметров. Примеры.	ОПК-1
13. Доверительные интервалы. Примеры.	ОПК-1
14. Статистическая гипотеза, статистический критерий, уровень значимости, мощность критерия.	ОПК-1
15. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.	ОПК-1
16. Критерий отношения правдоподобия.	ОПК-1
17. Случайные события. Операции над событиями. Алгебра и сигма-алгебра событий.	ОПК-1
18. Вероятностное пространство. Свойства вероятностной меры.	ОПК-1
19. Способы задания вероятностной меры.	ОПК-1
20. Условная вероятность. Теоремы умножения. Независимость событий.	ОПК-1
21. Основные теоремы о вероятностях: теорема сложения, формула полной вероятности	ОПК-1
22. Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли.	ОПК-1
23. Схема независимых испытаний Бернулли. Теорема Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа.	ОПК-1
24. Типовые дискретные случайные величины	ОПК-1
25. Типовые непрерывные случайные величины	ОПК-1
26. Общее определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.	ОПК-1
27. Случайные процесс и его конечномерные распределения. Теорема Колмогорова	ОПК-1
28. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы	ОПК-1
29. Непрерывность траекторий случайного процесса. Критерии, примеры	ОПК-1
30. Дифференцируемость траектории случайного процесса. Критерии, примеры.	ОПК-1
31. Интегрирование в среднем квадратичном случайного процесса. Критерии интегрируемости. Примеры	ОПК-1
32. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление случайных процессов	ОПК-1
33. Определение и свойства интеграла Ито	ОПК-1
34. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито	ОПК-1

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции «ОПК-1»

Задача 1. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 1/10. Каковы вероятности того что сообщение из 10 знаков *а*) не будет искажено; *б*) содержит ровно 3 искажения; *в*) содержит не более трех искажений.

Задача 2. Задан случайный процесс $X(t) = V \cdot t^2$, ($t>0$), где V – случайная величина с равномерным распределением на интервале [0, 3]. Найти одномерную функцию и одномерную плотность распределения этого процесса.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

7.Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ОС 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики
от 2 июня 2021 года, протокол № 8.

Автор к.ф-м.н., доцент _____ В.А.Зорин

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой_____В.П. Гергель