**Приложение 2**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совет ННГУ

протокол от

«11» мая 2021 г. № 2

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Функциональный анализ** |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **бакалавриат** |

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Системный анализ, исследование операций и управление** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **очно-заочная** |

Нижний Новгород

2021 год

1. **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина Б1.О.22, Функциональный анализ относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции**\* (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения  по дисциплине\*\*** |
| ***ОПК-5.***  *Способен к ведению инновационно-исследовательской деятельности* | ***ОПК-5.1****.: Знает особенности ведения инновационной деятельности* | ***Знает*** *основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.* | *Контрольная работа*  *Собеседование* |
| ***ОПК-5.2****.: Умеет ставить и решать задачи исследования на ближайшую и отдаленную перспективу с учетом прикладной значимости своей научно- исследовательской работы* | ***Умеет*** *решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности и решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления;* | *Задача*  *Контрольная работа* |
| ***ОПК-5.3****.: Имеет навыки ведения инновационно-исследовательской деятельности* | ***Владеет*** *навыками ведения инновационно-исследовательской деятельности* | *Задача*  *Контрольная работа* |

1. **Структура и содержание дисциплины**

**3.1. Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очно-заочная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **2 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **72** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):**  **- занятия лекционного типа**  **- текущий контроль (КСР)** | **33**  **32**  **1** |
| **самостоятельная работа** | **39** |
| **Промежуточная аттестация – зачет** |  |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** из них | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Лабораторные** | **Всего**  **контактных**  **часов** |
| 1. Введение в дисциплину | 7 | 2 | - | - | 2 | **5** |
| 2. Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Понятие топологических пространств. | 13 | 6 | - | - | 6 | **7** |
| 3. Мера Лебега на прямой и плоскости. Измеримые функции. Определение и свойства интеграла Лебега. Сравнение интеграла Римана с интегралом Лебега. | 13 | 6 | - | - | 6 | 7 |
| 4. Нормированные пространства. Сопряженное проcтранство. Теорема Хана-Банаха. Общий вид линейного функционала в некоторых банаховых пространствах. | 13 | 6 | - | - | 6 | 7 |
| 5. Линейные операторы, норма оператора. Сопряженный оператор. Обратный оператор. Спектр и резольвента. Компактные операторы. Теорема Фредгольма и ее применения. | 13 | 6 | - | - | 6 | 7 |
| 6. Ортогональные системы. Ряды Фурье по ортогональным системам. Базисы и гильбертова размерность. Общий вид линейного функционала на гильбертовом пространстве. | 12 | 6 | - | - | 6 | 6 |
| **Текущий контроль** | 1 |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация – зачет** | | | | | | |
| **Итого** | **72** | **32** |  |  | **32** | **39** |

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах домашних контрольных работ.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

**4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

* 1. **Виды самостоятельной работы студентов**

Выполнение домашних практических заданий (примеры в фонде оценочных средств).

**4.2 Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля**

1. Леонтьева Т.А. Введение в теорию целых функций: Учебное пособие. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 95 с. (доступно в ЭБС «**Znanium.com**», режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=368460>).
2. Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. /Треногин В. А., Писаревский В. М., Соболева Т. С. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 240 с. **(доступно в ЭБС «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА», режим доступа:** <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102710.html>).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**),

включающий:

* 1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** | | | | | | |
| Не зачтено | | Зачтено | | | | |
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минималь­ных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минималь­ных умений. Невозмож­ность оценить наличие умений вследствие отказа обучающего­ся от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущест­венными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонст­рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

|  |  |
| --- | --- |
| **Уровень подготовки** | |
| зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

**5.2.1 Контрольные вопросы к зачету**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос | Код компетенции |
| 1. Понятие метрического пространства (МП), примеры. | ОПК-5 |
| 1. Открытые и замкнутые множества в МП. Общий вид открытого множества на прямой. | ОПК-5 |
| 1. Понятие точки прикосновения, внутренней, предельной, граничной точек. | ОПК-5 |
| 1. Плотные множества, сепарабельные пространства, примеры. | ОПК-5 |
| 1. Фудаментальные и сходящиеся последовательности в МП, их свойства. | ОПК-5 |
| 1. Принцип сжимающих отображений (ПСО) с доказательством. | ОПК-5 |
| 1. Компактность в метрическом пространстве | ОПК-5 |
| 1. Мера Лебега. | ОПК-5 |
| 1. Измеримые функции и их свойства, примеры. | ОПК-5 |
| 1. Различные виды сходимости функций. | ОПК-5 |
| 1. Интеграл Лебега от простых функций. | ОПК-5 |
| 1. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. | ОПК-5 |
| 1. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. | ОПК-5 |
| 1. Пространства суммируемых функций. | ОПК-5 |
| 1. Линейные функционалы (ЛФ). | ОПК-5 |
| 1. Нормированные пространства (НП), примеры. | ОПК-5 |
| 1. Евклидовы пространства.. | ОПК-5 |
| 1. Ортогональные системы. Ряды Фурье. | ОПК-5 |
| 1. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. | ОПК-5 |
| 1. Тригонометрические ряды Фурье. | ОПК-5 |
| 1. Гильбертовы пространства. | ОПК-5 |
| 1. Линейные функционалы в НП, непрерывные линейные функционалы (НЛФ) в НП. Понятие нормы функционала, примеры её вычисления.. | ОПК-5 |
| 1. Сопряженное пространство | ОПК-5 |
| 1. Общий вид НЛФ в евклидовом пространстве. | ОПК-5 |
| 1. Линейные операторы (ЛО), примеры, норма ЛО. | ОПК-5 |
| 1. Сопряженный оператор. | ОПК-5 |
| 1. Компактные операторы, их свойства. | ОПК-5 |
| 1. Собственные значения и собственные векторы компактных операторов. Теорема Гильберта-Шмидта. | ОПК-5 |
| 1. Линейные операторные уравнения с интегральными операторами. | ОПК-5 |

**5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-5**

**Вариант 1**

Задание1. Найти мощность множества всех многочленов

с действительными коэффициентами.

Задание 2. Доказать полноту пространства  с метрикой



Задание 3. Записать определение и отрицание определения внутренней

точки. Для найти множества точек прикосновения,

предельных, внутренних, изолированных и граничных точек.

Задание 4. Доказать полноту пространства  с метрикой

.

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Леонтьева Т.А. Введение в теорию целых функций: Учебное пособие. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 95 с. (доступно в ЭБС «**Znanium.com**», режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=368460>).
2. Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. /Треногин В. А., Писаревский В. М., Соболева Т. С. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 240 с. **(доступно в ЭБС «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА», режим доступа:** <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102710.html>).

б) дополнительная литература:

1. Леонтьева Т.А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. (доступно в ЭБС «**Znanium.com**», режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=377270>).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, URL:

<http://www.unn.ru/books/resources.html>..

**7.Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Автор (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.Н. Филиппов

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 02.06.2021 года, протокол № 8.