МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Физический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

и.о. декана _____ Малышев А.И.

« 30 » августа 2017 г.

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
03.03.02 Физика
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
«Физика конденсированного состояния»
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
бакалавр
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очно-заочная
(очная / очно-заочная / заочная)

Год набора
2016
(для обучающихся какого года набора разработана Рабочая программа)

Нижний Новгород – 2017

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части Б1.Б блока Б1 «Дисциплины (модули)», является обязательной для освоения, преподается на втором году обучения, в четвертом семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплины (модуля) «Математический анализ» в первом, втором и третьем семестрах.

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

- знакомство студентов с теорией дифференциальных уравнений, являющейся основой всех базовых курсов теоретической физики;
- обучение студентов основным типовым методам и приемам, необходимым при решении различных видов дифференциальных уравнений.

2. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, всего 180 часов, из которых 50 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (2 часа – мероприятия промежуточной аттестации; 16 часов занятия лекционного типа, 32 часа занятия семинарского типа (практические занятия), в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости), 130 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (94 часа самостоятельная работа в течение семестра, 36 часов самостоятельная работа при подготовке к промежуточной аттестации).

Содержание дисциплины «Дифференциальные уравнения»

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	**Всего (часы)**	**В том числе**				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				**Самостоятельная работа в течение семестра, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего**	
1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения. Частное решение. Общее решение. Общий интеграл. Поле направлений, изоклины. Типы дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения: уравнения с разделенными и разделяющимися переменными; однородные уравнения и сводящиеся к однородным; линейные уравнения; уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Признак полного дифференциала. Интегрирующий множитель. Особые точки и особые линии. Типы особых точек. Особые решения. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Уравнение огибающей. Огибающая семейства интегральных кривых – особое решение уравнения. Изогональные и ортогональные траектории. Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно неизвестной функции	14	1	2	—	3	11

и разрешенных относительно аргумента. Уравнения Лагранжа и Клеро.						
2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальное уравнение семейства кривых. Уравнения, допускающие понижение порядка.	14	1	2	–	3	11
3. Линейные дифференциальные уравнения. Однородные и неоднородные уравнения. Линейный оператор $L(y)$ и его свойства. Линейные однородные уравнения: теоремы о сумме решений и о комплексных решениях. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Определитель Вронского и его свойства. Теорема об общем решении уравнения порядка n. Фундаментальная система решений.	17	2	4	–	6	11
4. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Решение уравнения в случае действительных и комплексных корней. Решение уравнения в случае кратных корней.	17	2	4	–	6	11
5. Линейные неоднородные уравнения. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Типы решений. Теорема о форме частного решения, в случае, когда правая часть является суммой слагаемых, каждое из которых имеет специальный вид.	16	2	4	–	6	10
6. Уравнения Эйлера. Однородные уравнения Эйлера, характеристическое уравнение и общее решение. Форма решений в случае комплексных корней и в случае кратных корней. Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Типы решений.	16	2	4	–	6	10
7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения. Поведение фазовых траекторий в случае автономных и неавтономных систем. Метод сведения системы n уравнений первого порядка к одному уравнению порядка n. Системы линейных дифференциальных уравнений – основные теоремы. Структура общего решения. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	16	2	4	–	6	10
8. Теория устойчивости. Определение устойчивости решения дифференциального уравнения по линейному приближению. Теорема Ляпунова. Теорема Четаева. Определение устойчивости решений с помощью матрицы Гурвица.	16	2	4	–	6	10
9. Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных. Решение линейного однородного уравнения. Уравнения характеристик. Квазилинейные неоднородные уравнения. Неоднородные	16	2	4	–	6	10

уравнения с двумя независимыми переменными.						
В т.ч. текущий контроль	2	2		–	2	–
Промежуточная аттестация – **экзамен**						

3. Образовательные технологии

1) Чтение лекций;

2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;

3) методика «вопросы и ответы»;

4) выполнение практического задания у доски;

5) индивидуальная работа над практическим заданием;

6) работа в парах над практическим заданием;

7) работа в малых группах над практическим заданием;

8) методика «мозговой штурм».

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен в п. 7 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	(ОПК-2) **Знать** математический аппарат дифференциальных уравнений, границы применимости и возможности его использования. (ОПК-2) **Уметь** решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основных методов теории дифференциальных уравнений. (ОПК-2) **Владеть** навыками решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Дифференциальные уравнения» является **экзамен**.

По итогам экзамена выставляется оценка по семибалльной шкале: оценки «Плохо» и «Неудовлетворительно» означают отсутствие аттестации, оценки «Удовлетворительно», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично» и «Превосходно» выставляются при успешном прохождении аттестации.

6.2. Процедуры и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания на экзамене являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины.

«Плохо» – обучающийся не продемонстрировал никаких знаний об основных теоретических разделах курса, не показал никаких умений и навыков выполнения практических заданий;

«Неудовлетворительно» – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

«Удовлетворительно» – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

«Хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Очень хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение практически всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Отлично» – обучающийся продемонстрировал связное изложение всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий повышенного уровня сложности;

«Превосходно» – обучающийся продемонстрировал уровень знаний в объеме, превышающем стандартную программу подготовки, и продемонстрировал творческий подход к выполнению практических заданий повышенного уровня сложности.

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

6.3.1. При проведении промежуточной аттестации обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

1. Теорема существования и единственности решения.
2. Поле направлений, изоклины.
3. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Уравнения, сводящиеся к однородным.
6. Линейные уравнения.
7. Уравнение Бернулли.
8. Признак полного дифференциала.
9. Интегрирующий множитель.
10. Особые точки и особые линии. Типы особых точек. Особые решения.
11. Уравнение огибающей.
12. Огибающая семейства интегральных кривых – особое решение уравнения.
13. Изогональные и ортогональные траектории.
14. Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно неизвестной функции y.
15. Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно x.
16. Уравнения Лагранжа и Клеро.
17. Дифференциальное уравнение семейства кривых.
18. Уравнения, допускающие понижение порядка.
19. Линейный дифференциальный оператор $L(y)$ и его свойства.
20. Линейные однородные уравнения: теорема о сумме решений.
21. Линейные однородные уравнения: теорема о комплексных решениях.
22. Определитель Вронского и его свойства.
23. Теорема об общем решении уравнения порядка n.
24. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод решения.
25. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен.
26. Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами в случае комплексных корней.
27. Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
28. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения.
29. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.
30. Уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Типы решений.
31. Теорема о форме частного решения, в случае, когда правая часть является суммой слагаемых, каждое из которых имеет специальный вид.
32. Однородные уравнения Эйлера, характеристическое уравнение и общее решение.
33. Форма решений уравнения Эйлера в случае комплексных корней и в случае кратных корней.
34. Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Типы решений.
35. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Поведение фазовых траекторий в случае автономных и неавтономных систем.
36. Метод сведения системы n уравнений первого порядка к одному уравнению порядка n.

37. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.
38. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
39. Сведение задачи об устойчивости произвольного решения системы уравнений к задаче об устойчивости нулевого решения. Исследование на устойчивость по линейному приближению.
40. Определение устойчивости решений ЛОДУ с постоянными коэффициентами с помощью матрицы Гурвица.
41. Теорема Ляпунова. Теорема Четаева.
42. Решение линейного однородного уравнения в частных производных. Уравнения характеристик.
43. Линейные неоднородные уравнения в частных производных.

6.3.2. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. Дифференциальные уравнения первого порядка:

1.1. $\left(4y^2 + x^2\right)y' = xy$

1.2. $xy' + y = y^2 \ln x$

1.3. $x\left(y'^2 - 1\right) = 2y'$

1.4. $\left(xy' - y\right)\text{arctg}\dfrac{y}{x} = x$

1.5. $xy^2y' = x^2 + y^3$

1.6. $x - y'\sqrt{1 + y'^2} = 0$

1.7. $xy' = y + x\left(1 + e^{y/x}\right)$

1.8. $y' \cdot \left(x - \ln y'\right) = 1$

1.9. $\dfrac{y}{x}dx + \left(y^3 + \ln x\right)dy = 0$

1.10. $\left(y^2 - 3x^2\right)dy + 2xydx = 0$

1.11. $y'^2 - xy' - y = 0$

1.12. $\dfrac{3x^2 + y^2}{y^2}dx - \dfrac{2x^3 + 5y}{y^3}dy = 0$

2. Дифференциальное уравнение семейства кривых, огибающая семейства кривых, ортогональные и изогональные траектории:

2.1. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: $y = \left(x + C\right)^2$

2.2. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: $y^2 = 2px$

2.3. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = \text{tg}^2\left(x + C\right)$

2.4. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = e^{-(x+C)^2}$

2.5. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $\left(x-C^2\right)^2+y^2=C^2$

2.6. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y=\left(x+C\right)^2e^{-x^2}$

2.7. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: $x^2+C=2Cy$

2.8. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y=C^2x^2+C$

2.9. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y=x\sin\left(Cx\right)$

2.10. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y=Cx^2+C^2+C$

3. Дифференциальные уравнения высших порядков:

3.1. $x^3\left(y''-y\right)=x^2-2$

3.2. $x^4\left(\left(y'\right)^2-2yy''\right)=4x^3yy'+1$

3.3. $\left(1-x^2\right)y''+xy'=2$

3.4. $y^4-y^3y''=1$

3.5. $y''-2y'+y=xe^x\left(\sin ix\right)^2$

3.6. $x^2y''-xy'+y=\dfrac{x}{\ln x}+\dfrac{\ln x}{x}$

3.7. Написать вид общего решения ЛНДУ с постоянными коэффициентами: $y''-6y'+13y=3xe^x\sin 2x+e^3\left(x^4-8\right)$

3.8. $\dfrac{y^2}{x^2}+\left(y'\right)^2=3xy''+\dfrac{2yy'}{x}$

3.9. $xy''=y'+x\left(y'^2+x^2\right)$

3.10. $y'''\left(y'\right)^2=\left(y''\right)^3$

3.11. $y''+2y'+y=\cos ix$

3.12. $x^2y''-3xy'+5y=3x^2$

4. Теория устойчивости:

4.1. проверить на устойчивость положение равновесия (1, 2) системы: $\begin{cases}\dot{x}=y-x^2-x\\ \dot{y}=3x-x^2-y\end{cases}$

4.2. проверить на устойчивость нулевое решение системы: $\begin{cases}\dot{x}=\operatorname{tg}\left(y-x\right)\\ \dot{y}=2e^y-2\cos\left(\pi/3-x\right)\end{cases}$

4.3. проверить на устойчивость нулевое решение уравнения: $y^{IV}+2y'''+6y''+5y'+6y=0$

5. Системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных:

5.1. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y \\ \dot{y} = -x + y \end{cases}$

5.2. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -x + y \end{cases}$

5.3. $xy\dfrac{\partial z}{\partial x} + (x - 2z)\dfrac{\partial z}{\partial y} = yz$

5.4. $y\dfrac{\partial z}{\partial x} + z\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{y}{x}$

5.5. $yz\dfrac{\partial z}{\partial x} - xz\dfrac{\partial z}{\partial y} = e^{z}$

5.6. Решить уравнение $(1+x)\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\ln y\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$ при условии, что $z = y$ при $x = 0$

5.7. $(1+x^2)\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\ln y\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y} = z + 1$

5.8. $y\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x} - \dfrac{1}{x^2}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y} = (z+1)^2 y$

5.9. $\dfrac{\partial z}{\partial x} + x\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{2}{x+1}$

5.10. Решить уравнение $(1+x)\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x} + y(\ln y + 1)\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$ при условии, что $z = \ln y$ при $x = \ln y - 1$.

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 №55-ОД.

2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Эльсгольц Л.Э. – Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 320 с. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=51075
2. Пискунов Н.С. – Дифференциальное и интегральное исчисления: учебник для втузов : [в 2 т.]. Т. 2. – М.: Интеграл-Пресс, 2004. – 544 с. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=59691
3. Степанов В.В. – Курс дифференциальных уравнений: учебник. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. – 468 с. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=43512

4. Филиппов А.Ф. – Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М. ; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2004. – 176 с. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=223151&DB=1

б) дополнительная литература:

1. Понтрягин Л.С. – Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1982. – 331 с. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=353902&DB=1
2. Арнольд В.И. – Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студентов мех.-мат. специальностей вузов. – М.: Наука, 1971. – 304 с. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=448066&DB=1
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению (под ред. В.К. Романко). – М.: Лаборатория знаний, 2015. – 222 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/70710

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ http://www.lib.unn.ru/.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Автор:

доцент кафедры теоретической физики
физического факультета,
к. ф.-м. н., доцент _____ / Малышев А.И. /

Рецензент:

И.о. зав. кафедрой теоретической физики
физического факультета,
д. ф.-м. н., доцент _____ / Бурдов В.А. /

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ от 30 августа 2017 года, протокол № б/н

Председатель
Учебно-методической комиссии
физического факультета ННГУ _____ / Сдобняков В.В. /