МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| **Физический факультет** |

Утверждено

решением ученого совета ННГУ

(протокол от 16.06.2021 г. №8)

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Дифференциальные уравнения |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 09.03.02 Информационные системы и технологии |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Информационные системы и технологии в физических исследованиях |

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

Год начала подготовки

2021 год

Нижний Новгород

2021 год

**Лист актуализации**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2020 г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_Фидельман В.Р. | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_ | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_ | | |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_ | | |

**1. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» (Б1.В.03) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана основной образовательной программы.

Дисциплина преподается в 3 семестре.

**2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции**\*  (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения**  **по дисциплине\*\*** |
| ПК-15. Способен применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурного эксперимента | ПК-15.1. Знать современный математический аппарат, используемый при разработке компьютерных моделей и анализе результатов. | Знать основы дифференциального исчисления, основные методы решения дифференциальных уравнений |  |
| ПК-15.2. Уметь применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурного эксперимента | Уметь формулировать и решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основных методов теории дифференциальных уравнений |  |
| ПК-15.3. Владеть навыками применения современных аналитических и численных методов в решении профессиональных задач. | Владеть навыками решения дифференциальных уравнений в целях решения задач обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований |  |

**3. Структура и содержание дисциплины**

**3.1. Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| **Очная форма обучения** | |
| Общая трудоемкость | 4 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану | 144 |
| в том числе |  |
| аудиторные занятия (контактная работа):  - занятия лекционного типа, ч  - практические занятия, ч  - лабораторных, ч | 66  32  32 |
| самостоятельная работа, ч | 42 |
| Промежуточная аттестация | экзамен |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),** | **Всего**  **(часы)** | В том числе | | | |  |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | **Самостоятельная работа,**  **часы** |
| **Занятия лекционного типа** | **Практические занятия** | **Занятия лабораторного**  **типа** | **Всего** |
| 1**. Дифференциальные уравнения первого порядка.** Теорема существования и единственности решения. Частное решение. Общее решение. Общий интеграл. Поле направлений, изоклины. Типы дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения: уравнения с разделенными и разделяющимися переменными; однородные уравнения и сводящиеся к однородным; линейные уравнения; уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Признак полного дифференциала. Интегрирующий множитель. Особые точки и особые линии. Типы особых точек. Особые решения. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Уравнение огибающей. Огибающая семейства интегральных кривых – особое решение уравнения. Изогональные и ортогональные траектории. Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно неизвестной функции и разрешенных относительно аргумента. Уравнения Лагранжа и Клеро. | 30 | 8 | 10 | **-** | 18 | 12 |
| 2. **Дифференциальные уравнения высших порядков.** Дифференциальное уравнение семейства кривых. Уравнения, допускающие понижение порядка. | 10 | 3 | 3 | **-** | 6 | 4 |
| 3. **Линейные дифференциальные уравнения.** Однородные и неоднородные уравнения. Линейный оператор *L*(*y*) и его свойства. Линейные однородные уравнения: теоремы о сумме решений и о комплексных решениях. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Определитель Вронского и его свойства. Теорема об общем решении уравнения порядка *n*. Фундаментальная система решений. | 8 | 3 | 2 | **-** | 5 | 3 |
| 4**. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами**.Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Решение уравнения в случае действительных и комплексных корней. Решение уравнения в случае кратных корней. | 8 | 3 | 2 | **-** | 5 | 3 |
| 5. **Линейные неоднородные уравнения**. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Типы решений. Теорема о форме частного решения, в случае, когда правая часть является суммой слагаемых, каждое из которых имеет специальный вид. | 12 | 3 | 4 | **-** | 7 | 5 |
| 1. 6. **Уравнения Эйлера.** Однородные уравнения Эйлера, характеристическое уравнение и общее решение. Форма решений в случае комплексных корней и в случае кратных корней. Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Типы решений. | 7 | 2 | 2 | **-** | 4 | 3 |
| 1. **7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.** Теорема существования и единственности решения. Поведение фазовых траекторий в случае автономных и неавтономных систем. Метод сведения системы *n* уравнений первого порядка к одному уравнению порядка *n*. Системы линейных дифференциальных уравнений – основные теоремы. Структура общего решения. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. | 10 | 3 | 3 | **-** | 6 | 4 |
| 1. **8. Теория устойчивости.** Определение устойчивости решения дифференциального уравнения по линейному приближению. Теорема Ляпунова. Теорема Четаева. Определение устойчивости решений с помощью матрицы Гурвица. | 10 | 3 | 3 | **-** | 6 | 4 |
| 1. **9.** **Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных.** Решение линейного однородного уравнения. Уравнения характеристик. Квазилинейные неоднородные уравнения. Неоднородные уравнения с двумя независимыми переменными. | 11 | 4 | 3 | **-** | 7 | 4 |
| 1. **Текущий контроль успеваемости**. Мониторинг текущей успеваемости студентов при самостоятельном решении задач на практических занятиях и при обсуждении домашних заданий (в течение всего семестра). Контрольные работы. | 2 |  |  |  | 2 |  |
| 1. **Промежуточная аттестация.** Экзамен | 36 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1. **Итого** | **144** | **32** | **32** |  | **66** | **42** |

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме - экзамен.

**4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов включает активное изучение лекционного материала вместе с соответствующими разделами учебных пособий, а также разбор решённых примеров и выполнение домашних заданий в том числе с использованием систем компьютерной графики и компьютерных аналитических вычислений, позволяющих проводить визуализацию всех основных задач дисциплины и формировать у студентов компетенции работы с такими системами в интерактивном режиме.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),**

включающий:

**5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

| **Оценка** | | **Уровень подготовки** |
| --- | --- | --- |
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

**5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

**5.2.1 Контрольные вопросы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Вопросы** | **Код формируемой компетенции** |
| 1 | Теорема существования и единственности решения. | ПК-15 |
| 2 | Поле направлений, изоклины. | ПК-15 |
| 3 | Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. | ПК-15 |
| 4 | Однородные уравнения. | ПК-15 |
| 5 | Уравнения, сводящиеся к однородным. | ПК-15 |
| 6 | Линейные уравнения. | ПК-15 |
| 7 | Уравнение Бернулли. | ПК-15 |
| 8 | Признак полного дифференциала. | ПК-15 |
| 9 | Интегрирующий множитель. | ПК-15 |
| 10 | Особые точки и особые линии. Типы особых точек. Особые решения. | ПК-15 |
| 11 | Уравнение огибающей. | ПК-15 |
| 12 | Огибающая семейства интегральных кривых – особое решение уравнения. | ПК-15 |
| 13 | Изогональные и ортогональные траектории. | ПК-15 |
| 14 | Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно неизвестной функции *y*. | ПК-15 |
| 15 | Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно *x*. | ПК-15 |
| 16 | Уравнения Лагранжа и Клеро. | ПК-15 |
| 17 | Дифференциальное уравнение семейства кривых. | ПК-15 |
| 18 | Уравнения, допускающие понижение порядка. | ПК-15 |
| 19 | Линейный дифференциальный оператор *L*(*y*) и его свойства. | ПК-15 |
| 20 | Линейные однородные уравнения: теорема о сумме решений. | ПК-15 |
| 21 | Линейные однородные уравнения: теорема о комплексных решениях. | ПК-15 |
| 22 | Определитель Вронского и его свойства. | ПК-15 |
| 23 | Теорема об общем решении уравнения порядка *n*. | ПК-15 |
| 24 | Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод решения. | ПК-15 |
| 25 | Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. | ПК-15 |
| 26 | Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами в случае комплексных корней. | ПК-15 |
| 27 | Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами в случае кратных корней. | ПК-15 |
| 28 | Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. | ПК-15 |
| 29 | Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. | ПК-15 |
| 30 | Уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Типы решений. | ПК-15 |
| 31 | Теорема о форме частного решения, в случае, когда правая часть является суммой слагаемых, каждое из которых имеет специальный вид. | ПК-15 |
| 32 | Однородные уравнения Эйлера, характеристическое уравнение и общее решение. | ПК-15 |
| 33 | Форма решений уравнения Эйлера в случае комплексных корней и в случае кратных корней. | ПК-15 |
| 34 | Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Типы решений. | ПК-15 |
| 35 | Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Поведение фазовых траекторий в случае автономных и неавтономных систем. | ПК-15 |
| 36 | Метод сведения системы *n* уравнений первого порядка к одному уравнению порядка *n*. | ПК-15 |
| 37 | Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. | ПК-15 |
| 38 | Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. | ПК-15 |
| 39 | Сведение задачи об устойчивости произвольного решения системы уравнений к задаче об устойчивости нулевого решения. Исследование на устойчивость по линейному приближению. | ПК-15 |
| 40 | Определение устойчивости решений ЛОДУ с постоянными коэффициентами с помощью матрицы Гурвица. | ПК-15 |
| 41 | Теорема Ляпунова. Теорема Четаева. | ПК-15 |
| 42 | Решение линейного однородного уравнения в частных производных. Уравнения характеристик. | ПК-15 |
| 43 | Линейные неоднородные уравнения в частных производных. | ПК-15 |

**5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-15**

Тестовые задания не предусмотрены

**5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-15**

1. **Дифференциальные уравнения первого порядка:**
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
   5. 
   6. 
   7. 
   8. 
   9. 
   10. 
   11. 
   12. 
2. **Дифференциальное уравнение семейства кривых, огибающая семейства кривых, ортогональные и изогональные траектории:**
   1. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: 
   2. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: 
   3. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: 
   4. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: 
   5. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: 
   6. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: 
   7. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: 
   8. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: 
   9. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: 
   10. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: 
3. **Дифференциальные уравнения высших порядков:**
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
   5. 
   6. 
   7. Написать вид общего решения ЛНДУ с постоянными коэффициентами: 
   8. 
   9. 
   10. 
   11. 
   12. 
4. **Теория устойчивости:**
   1. проверить на устойчивость положение равновесия (1, 2) системы: 
   2. проверить на устойчивость нулевое решение системы: 
   3. проверить на устойчивость нулевое решение уравнения: 
5. **Системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных:**
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
   5. 
   6. Решить уравнение  при условии, что  при 
   7. 
   8. 
   9. 
   10. Решить уравнение  при условии, что  при .

**5.2.4. Темы курсовых работ, эссе, рефератов**

Курсовые работы, эссе, рефераты не предусмотрены

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

1. основная литература:
   1. Эльсгольц Л. Э. - Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов. - М.: Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с., 50 экз.
   2. Пискунов Н. С. - Дифференциальное и интегральное исчисления: учебник для втузов : [в 2 т.]. Т. 2. - М.: Интеграл-Пресс, 2004. - 544 с., 35 экз.
   3. Понтрягин Л. С. - Обыкновенные дифференциальные уравнения: [учеб. для гос. ун-тов]. - М.: Наука, 1970. - 331 с., 30 экз.
   4. Филиппов А. Ф. - Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.: ЛИБРОКОМ, 2009. - 240 с., 40 экз.
2. дополнительная литература:
   1. Степанов В. В. - Курс дифференциальных уравнений: учебник. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. - 468 с., 3 экз.;  М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1958. - 468 с., 8 экз.; М.: Гостехиздат, 1953. - 468 с., 1 экз.; Л.: Гостехиздат, 1945. - 406 с., 3 экз.; Л.: Гостехиздат., 1950. - 468 с., 1 экз.; М.: URSS : Изд-во ЛКИ, 2008. - 472 с., 1 экз.
   2. Арнольд В. И. - Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студентов мех.-мат. специальностей вузов. - М.: Наука, 1971. - 304 с., 25 экз.
3. программное обеспечение и Интернет-ресурсы
   1. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учеб. / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2002. — 256 с. <https://e.lanbook.com/book/48171>
   2. Подборка литературы по тематике дисциплины в электронной физико-математической библиотеке открытого доступа EqWorld <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>
   3. Пакеты компьютерных аналитических вычислений для персонального компьютера. Допускается применение сред Wolfram Mathematica, Matlab, MathCAD, Maple или любых иных компьютерных ресурсов аналогичного назначения

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: меловая доска, мультимедийный проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению подготовки 09.04.02 «Информационные системы и технологии».

Автор (ы):

К.ф.-м.н., доцент, декан физического

факультета \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ /Малышев А.И./

Рецензент

д.ф.-м.н., профессор, зав. каф.

статистической радиофизики и

мобильных систем связи РФФ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Мальцев А.А.

Заведующий кафедрой ИТФИ

д.т.н., профессор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Фидельман В.Р

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета