МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | В.П. Гергель |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Принцип неподвижной точки** |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **Бакалавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Прикладная математика и информатика (общий профиль)** |

Квалификация (степень)

|  |
| --- |
| **Бакалавр**  |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **очная** |

Нижний Новгород

2017

**1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина «Принцип неподвижной точки» относится к вариативной части ОПОП бакалавриата к дисциплинам по выбору по направлению подготовки 01.03.02. «Прикладная математика и информатика».

Индекс дисциплины **Б1.В.ДВ.09.02**

Форма отчетности – зачет (7 семестр).

 **Целями освоения дисциплины являются**:

* ознакомление с фундаментальными методами исследования различных процессов и закономерностей реального мира;
* приобретение навыков математического моделирования;
* подготовка фундаментальной базы для изучения дисциплин: "Уравнения математической физики", “Теория вероятностей и математическая статистика”, “Методы оптимизации”, “Математические модели естествознания”; "Численные методы" и др
* воспитание у студентов математической культуры;
* формирование математического мышления;
* привитие навыков работы в команде;
* развитие способностей к самоорганизации и самообразованию.
1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** |
| **ОК-7** способность к самоорганизации и самообразованию(завершающий этап) | **Уметь:****У1(ОК7)** анализировать и осуществлять поиск современных технологий и методик для своего направления.**Владеть:** **В1(ОК7)** способностью уточнить, переспросить, задать вопрос на профессиональную тему. |
| **ПК-1** – способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (завершающий этап) | **Уметь:****У1(ПК1)** решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:**У2(ПК1)** проводить доказательства математических утверждений **У3(ПК1)** проводить доказательства математических утверждений, не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним.**Владеть:** В1(ПК1) математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры **Знать:** **З1(ПК1)** Понятия и утверждения дисциплины «Принцип неподвижной точки».-Понятие числовой последовательности, ее предела.-Элементы теории множеств. -Основные классические вопросы теории уравнений.-Отображение сжатия-Неподвижные точки отображений-Отображение сжатия в полном метрическом пространстве. -Теорему Дедекинда о полноте действительных чисел -Теорема Банаха. -Приложение теоремы Банаха к линейным системам алгебраических уравнений-Теорему существования неподвижной точки у непрерывного отображения отрезка [a,b] в себя.-Замкнутые множества- Отрезок в евклидовом пространстве Rk и его симплексиальные координаты  -Доказательство теоремы Брауэра -Симплексиальное разбиение симплекса кратности n.-Евклидово пространство Rk . ε- окрестность точки. Предел последовательности точки. Алгебраические операции. -Параметрическое уравнение прямой . Отрезок.-Понятие гомеоморфизма ϕ: А→B между множествами А и B. |

1. **Структура и содержание дисциплины «Принцип неподвижной точки»**

Объем дисциплины составляет **3** зачетные единицы, всего **108** часов, из которых

**33** часа составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем:

**16** часов занятия лекционного типа

**16** часов практические занятия

**1** час промежуточной аттестации

**75** часов составляет **самостоятельная работа** обучающегося.

**Содержание дисциплины « Принцип неподвижной точки»**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,** **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего****(часы)** | в том числе |
| **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** из них | **Самостоятельная** **работа студента** **часы** |
|  **Занятия лекционного типа** |  **Занятия семинарского типа** |  **Лабораторные** |  | **Всего****контактных часов**  | **СРС** |
|  1. Элементы теории множеств  | 1 | 1 |  |  |  | 1 |  |
| 2. Понятие отображения Р:Х->У множества Х во множество У. | 8 | 1 | 1 |  |  | 2 | 6 |
|  3. Уравнение вида Р(х)=х, где Р:Х->х. Неподвижная точка. | 8 | 1 | 1 |  |  | 2 | 6 |
| 4. Основные классические вопросы теории уравнений. | 8 | 1 | 1 |  |  | 2 | 6 |
| 5. Пространство действительных чисел R1Теорема Дедекинда о полноте действительных чисел. | 8 | 1 | 1 |  |  | 2 | 6 |
| 6. Отображение сжатия в полном метрическом пространстве. Теорема Банаха. | 10 | 2 | 2 |  |  | 4 | 6 |
|  7. О существовании неподвижной точки.Приложения теоремы Банаха.Теорема Больцано о нуле непрерывной функции, заданной на отрезке. | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 8. Теорема существования неподвижной точки у непрерывного отображения отрезка [a,b] в себя. | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 9. Теорема Брауэра о разрешимости нелинейной уравнений с конечным числом неизвестных.(Формулировка) | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 10. Евклидово пространство Rk . ε- окрестность точки. Предел последовательности точки. Алгебраические операции. Параметрическое уравнение прямой. Отрезок. | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 11. Подмножества в евклидовом пространстве Rk : определения. | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 12. Непрерывные отображения Р:А →B | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 13. Произведение отображений M = Q∙P , где P:A→B, Q:B→C, а M:A→C. Теорема о непрерывности произведения. | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 14. Понятие гомеоморфизма ϕ: А→B между множествами А и B.Индуцированное отображение Q: B→B, полученное из отображения Р:А→А с помощью гомеоморфизма ϕ:А→В. Q= ϕPϕ-1 . Свойства отображения Q, если Р:А→А непрерывна. Теорема о гомеоморфности любого ограниченного, замкнутого и выпуклого множества замкнутому шару. | 7 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 |
| 15. Симплексиальное разбиение симплекса кратности n.Ретракт множества А.Лемма Шпернера. Теорема. При гомеоморфизме ϕ:А→В ретракт множества А переходит в ретракт множества В. Граница симплекса не является его ретрактом.Доказательство теоремы Брауэра. | 8 | 1 | 2 |  |  | 3 | 5 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация - зачет** |

1. **Образовательные технологии**

Основной формой организации учебного процесса являются лекционные и практические занятия.

**Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

**5.1 Виды самостоятельной работы студентов**

Изучение учебных материалов по курсу, повторение пройденного материала.

**5.2** **Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля**

1. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I / М.:, 2009. — 648 с. (105 экз.).
2. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II: / М.:, 2009. – - 464 с. (112 экз.)
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. / М.:Физматлит, 2006, – 572 с. (232 экз.)

**5.3 Вопросы для контроля:**

1.Метрические пространства

2.Предел последовательности точек

3.Полные метрические пространства

4.Отображение сжатия

5. Теорема Банаха о существовании и единственности неподвижной точки. Отображение сжатия в полном нормированном пространстве.

6.Приложение теоремы Банаха к дифференциальным уравнениям

7. Приложение теоремы Банаха к линейным системам алгебраических уравнений

8. Конечномерные векторные пространства. Метрика Евклида

9. Евклидово пространство Rk . ε- окрестность точки. Предел последовательности точки. Алгебраические операции. Параметрическое уравнение прямой . Отрезок.

10. Внутренние точки множества.

11. Замкнутый шар.

12. Граничные точки множества.

13. Подмножества в евклидовом пространстве Rk : определения.

1)Ограниченное множество

2)Замкнутое множество

3)Выпуклое множество

4) Замкнутый шар

5)Симплекс

6)Клетка

14. Непрерывные отображения Р:А →B

15. Произведение отображений M = Q∙P , где P:A→B, Q:B→C, а M:A→C. Теорема о непрерывности произведения.

16.Понятие гомеоморфизма ϕ: А→B между множествами А и B.

17. Индуцированное отображение Q: B→B, полученное из отображения Р:А→А с помощью гомеоморфизма ϕ:А→В. Q= ϕPϕ-1 . Свойства отображения Q, если Р:А→А непрерывна.

18. Теорема о неподвижных точках отображений Р:А →A и Q:B→B

19. Теорема о гомеоморфности любого ограниченного, замкнутого и выпуклого множества, имеющего внутреннюю точку, замкнутому шару.

20. Симплексиальное разбиение симплекса кратности n.

21. Лемма Шпернера.

22. Ретракт множества А.

23. Теорема. При гомеоморфизме ϕ:А→В ретракт множества А переходит в ретракт множества В.

24. Теорема. Граница симплекса не является его ретрактом.

25. Доказательство теоремы Брауэра.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**, включающий:

6.1. **Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования (**приводятся полные «карты компетенций», в формировании которых участвует дисциплина или дается ссылка на них).

Оценка уровня формирования компетенции **ОК-7**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| **Уметь:** **У1(ОК7)** анализировать и осуществлять поиск современных технологий и методик для своего направления.**Владеть:** **В1(ОК7)** способность уточнить, переспросить, задать вопрос на профессиональную тему.  | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Плохой уровеньформирования компетенции.0-19 баллов - «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией  | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.20-49 баллов –«неудовлетворительно» |
| **Уметь** У1 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** способностью уточнить, переспросить, задать вопрос на профессиональную тему  | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.50-59 баллов«Удовлетворительно» |
| **Уметь**У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Хороший уровеньформирования компетенции.60-79 баллов«Хорошо» |
|  |  |
| Критерии оценивания (дескрипторы)**Уметь** У1 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Шкала оценивания Очень хороший уровеньформирования компетенции 80-89 баллов«Очень хорошо» |
| **Знать** основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1 **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях. | Отличный уровеньформирования компетенции 90-99 баллов«Отлично» |
| **Уметь** У1свободно. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях. | Превосходный уровеньформирования компетенции 100 баллов«Превосходно» |

Оценка уровня формирования компетенции **ПК-1**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| **Знать:** **З1(ПК1)** – Понятия и утверждения дисциплины «Принцип неподвижной точки».**Уметь:** **У1(ПК1)** решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:**У2(ПК1)** проводить доказательства математических утверждений **У3(ПК1)** проводить доказательства математических утверждений, не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним.**Владеть:** **В1(ПК1**) математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры  | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Плохой уровеньформирования компетенции.0-19 баллов - «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией  | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.20-49 баллов –«неудовлетворительно» |
| **Знать:** Понятия и утверждения дисциплины «Принцип неподвижной точки» с рядом негрубых ошибок.**Уметь** У1, У2, У3 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры. | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.50-59 баллов«Удовлетворительно» |
| **Знать** Понятия и утверждения дисциплины «Принцип неподвижной точки» с рядом заметных погрешностей. **Уметь** У1, У2, У3 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Хороший уровеньформирования компетенции.60-79 баллов«Хорошо» |
|  |  |
| Критерии оценивания (дескрипторы)**Знать** Понятия и утверждения дисциплины «Принцип неподвижной точки» с незначительными погрешностями. **Уметь** У1, У2, У3 без ошибок и погрешностей.**Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Шкала оценивания Очень хороший уровеньформирования компетенции 80-89 баллов«Очень хорошо» |
| **Знать** основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1, У2, У3. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях. | Отличный уровеньформирования компетенции 90-99 баллов«Отлично» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей **Уметь** У1, У2, У3свободно. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях. | Превосходный уровеньформирования компетенции 100 баллов«Превосходно» |

**Карта компетенций для оценивания умений и навыков**

|  |  |
| --- | --- |
| Индикаторыкомпетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) |
| «плохо» | «неудовлетворительно» | «удовлетворительно» | «хорошо» | «очень хорошо» | «отлично» | «превосходно» |
| УменияУ1 (ОК-7)У1 (ПК-1)У2 (ПК-1)У3 (ПК-1) | отсутствует способность решения стандартных задач | наличие грубых ошибок при решении стандартных задач | способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками | способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями | способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей | Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач | способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач |
| НавыкиВ1 (ОК-7)В1 (ПК-1) | полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией | отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией | наличие минимально необходимого множества навыков  | наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | наличие всех основных навыков, продемонстрированных в стандартных ситуациях | наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных и нестандартных ситуациях |

* 1. **Описание шкал оценивания**

Для оценивания результатов учебной деятельности студентов при изучении дисциплины «Принцип неподвижной точки» используется оценочное средство в форме собеседования (зачет). Студент на зачете должен ответить на один теоретический вопрос и дополнительные вопросы, решить практическое задание.

Зачет в семестре принимается по итогам собеседования в рамках вопросов к зачёту, на которые студент должен дать краткий ответ.

Шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме зачета в семестре:

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| Зачтено | Студент свободно ориентируется в понятиях и основных фактах курса, отвечает на контрольные вопросы, решено практическое задание. |
| Не зачтено | Студент не ориентируется в понятиях и фактах курса, не отвечает на контрольные вопросы, не решено практическое задание. |

* 1. **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций**

 Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,

- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии**:**

- практические задания (далее – ПЗ), включающих одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

**6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

**Вопросы для собеседования (для оценки компетенции ПК-1)**

1.Полные Метрические пространства X. Примеры.

2. Отображение сжатия Р:X →X

*3.* Теорема Банаха о существовании и единственности неподвижной точки.

*4.* Приложение теоремы Банаха к дифференциальным, интегральным и другим уравнениям

5. Конечномерные векторные пространства и евклидовы скалярные произведения в них.

6.Неравенство Шварца. Метрика Евклидова метрика в конечномерном векторном пространстве.

 Евклидово пространство Rk .

7. Евклидово плоскость R2

 а) ε- окрестность точки r0.

 ε(r*o*)

 б) Замкнутое множество

 в) Замкнутый шар f(r*o* ,R) с центром в точке r*o*  и радиусом R.

 г) Ограниченное множество

д) Граница множества

е) Прямая, проходящая через точки r*o* и r*1*

(r*o* ≠ r*1* ) и ее параметрическое удаление.

 ж) Отрезок [r*o ,* r*1*]

и). Выпуклое множество.

к) Симплекс S(ro*,*r1*,*r2)

 л) Клетка

*8.* Гомеоморфизм ϕ: А→B между множествами А и B. ϕ:А→В

*9.* Теорема о границах гомеоморфных между собой ограниченных множествах.

*10.* Теорема о гомеоморфности любого ограниченного, замкнутого и выпуклого множества, имеющего внутреннюю точку, замкнутому шару.

*11.* Теорема о гомеоморфности между собой замкнутого шара и любой клетки.

*12.* Понятие ретракции ретракта множества А.

*13.* Теорема о ретрактах двух гомеоморфных между собой множеств Аи В.

*14.* Симплициальное разбиение кратности n симплекса S(r0, r1, r*2*.)

*15.* Лемма Шпернера.

16. Теорема: Граница симплекса не является его ретрактом. Следствия из нее.

17. Теорема Брауэра ( принцип неподвижной точки Брауэра).

Непрерывное отображение P: ϕ(r0,R) → ϕ(r0,R) шара в шар имеет неподвижную точку.

18. Теорема Больцано о нуле непрерывной функции, заданной на отрезке.

19. Теорема Брауэра (частный случай). Непрерывного отображения отрезка в себя

ϕ: [a,1]→ [a,1] существует неподвижная точка xy є [a,1]. f(yx)=xx

20. . Формулировка теоремы Брауэра в в общем случае. Формулировка теоремы Брауэра lkz cистемы нелинейных уравнений

 f1(x1, …, xn) = x1

fn(x1, …, xn) = xn

**Практические задания, выносимые на зачет (для оценки компетенции ПК-1)**

1. Приведите примеры метрических пространств

2. Сформулируйте определение предела последовательности точек метрического пространства и его свойства

3. Приведите примеры полных метрических пространств

4. Сформулируйте теорему о сжимающем отображении Банаха.

5. Сформулируйте принцип сжимающих отображений в полном нормированном пространстве.

6. Запишите вид итерационного процесса возникающего при применении метода сжимающих отображений к задаче Коши для полулинейного дифференциального уравнения 

7. Запишите вид метрики Евклида для конечномерного векторного пространства.

8. Запишите определение шара в Евклидовом пространство Rk . Дайте определение ε- окрестности точки.

9. Запишите параметрическое уравнение прямой в пространстве, отрезка.

10. Сформулируйте определение границы ограниченного множества. Приведите примеры ограниченных множеств и их границы.

11. Сформулируйте определение внутренней точки множества, граничной точки множества, подмножества в евклидовом пространстве Rk , симплекса

12. Приведите определение и примеры непрерывных отображений Р:А →B

13. Определить будет ли компактным множество всех степеней *xn*(n∈**N**) в пространстве C[0;1].

14. Доказать, что не всякое ограниченное множество в метрическом пространстве вполне ограничено.

15. Доказать, что в конечномерном пространстве всякое ограниченное множество относительно компактно

16. Найти норму оператора A, действующего в пространстве C[0;1], (или в пространстве L2[0;1]): .

**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

 Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД.

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 г. №247-ОД.

**7.****Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I / М.:, 2009. — 648 с. (105 экз.).
2. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II: / М.:, 2009. – - 464 с. (112 экз.)
3. Люстерник Л.А., Соболев В.И.. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие. – М. Высшая школа, 1982. – 271 с. (86 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. / М.:Физматлит, 2006, – 572 с. (232 экз.)

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ. Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Авторы: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_к.ф.-м.н., доцент Шашков В.М.,

 к.ф.-м.н. доцент Кротов Н.В.

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой дифференциальных уравнений, математического и численного анализа \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Д.В. Баландин

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от 29 августа 2017 года, протокол № 20