МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
(протокол от 16.06.2021 г. №8)

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Дискретные динамические системы в низких размерностях

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород
2018 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Курс «Дискретные динамические системы в низких размерностях» относится к дисциплинам по выбору ОПОП бакалавриата по направлению подготовки **01.03.01 Математика.** Преподается в 8 семестре. Индекс дисциплины **Б1.В.ДВ.11.02.** Форма отчетности — зачет.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) вариативная часть	Дисциплина Б1.В.ДВ.11.02 *Дискретные динамические системы в низких размерностях* относится к вариативной части ОПОП направления подготовки *01.03.01. Математика*

2. Цели и задачи дисциплины:

- Создать фундаментальный аппарат для решения задач профессиональной подготовки будущего математика – специалиста по дифференциальным уравнениям и динамическим системам.

- Сформировать важнейшие навыки по теории дискретных динамических систем, необходимые в профессиональной деятельности.

- Создать фундаментальный аппарат для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности математика – специалиста по дифференциальным уравнениям и динамическим системам.

Содержание дисциплины направлено на достижение указанных выше целей и решение указанных выше задач.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников).

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
ОПК-1 Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей,	***Уметь:*** *У1 (ОПК-1)* *1. Приобретать новые научные и профессиональные знания для решения задач оптимального управления, используя современные образовательные и информационные технологии;* *2. Искать информацию о научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников* *3. Уметь анализировать и выбирать современные технологии и методики выполнения работ по реализации информационной системы* *4. Собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам* ***Владеть:***

математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности Завершающий этап	*В1 (ОПК-1)* *1. Владеть навыками ведения аналитической деятельности* *2. Владеть математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры* ***Знать***: *З1 (ОПК-1)– постановку задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, формулировки необходимых условий оптимальности для различных типов задач.*
ПК-3 Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата Завершающий этап	***Знать:*** *З1 (ПК-3) понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы» *«Управление колебаниями динамических систем-1»:* *Понятие о динамической системе.* Теорема Бэра. *Понятие типичного свойства динамической системы.* Примеры топологически сопряженных дискретных динамических систем. Построение сопрягающего гомеоморфизма. Основные инварианты топологической сопряженности. Свойства tent-отображения. *Определение числа вращения гомеоморфизма окружности.* Примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых динамических систем: Диффеоморфизмы окружности Морса-Смейла. Динамические свойства сохраняющих ориентацию гомеоморфизмов окружности как с рациональным, так и с иррациональным числом вращения. Теорема и пример Данжуа. ***Уметь:*** *У1 (ПК-3)* проводить качественное исследование дискретных динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере ***Владеть :*** *В1 (ПК-3)* математическим аппаратом теории дискретных динамических систем, методами и приемами исследования основных элементов динамики, доказательствами утверждений в этой области

3. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет **3** зачетных единиц, всего **108** часов, из которых

45 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (22 часа лекции, 22 часа практические занятия, 1 час промежуточной аттестации)

63 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Всего (часы)**	**в том числе**					
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					**Самостоятельная работа студента часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского**	**Занятия лабораторного типа**		**Всего контактных часов**	
1) Введение в теорию	14	2	2			4	10

дискретных динамических систем. Теорема Бэра. Основные ее следствия. Понятие типичного свойства.							
2) Топологическая сопряженность дискретных динамических систем.	14	2	2			4	10
3) Основные инварианты топологической сопряженности. Примеры.	16	4	4			8	8
4) Понятие структурной устойчивости, Омега-устойчивости.	16	4	4			8	8
5) Введение в одномерную динамику. Понятие о диаграмме Кенигса-Ламерея. Примеры построения итераций отображения.	14	4	4			8	6
6) Классическая теория гомеоморфизмов окружности**.**	18	4	4			8	10
7) Теорема Данжуа**.** Пример Данжуа.	15	2	2			4	11
В т.ч. текущий контроль	2		2				
Промежуточная аттестация: зачет							

Содержание разделов дисциплины

1) **Введение в теорию дискретных динамических систем. Подход, основанный на понятии типичного свойства.**

Исторический аспект. Поток, отображение сдвига, отображение последования на секущей Пуанкаре как объекты, связанные с автономными системами дифференциальных уравнений. Конструкция надстройки. Примеры. Динамическая система с дискретным временем как дискретная группа (полугруппа) преобразований фазового пространства **M** (M □R^n, n□1, M - компакт). Примеры. Пространство C^r(M), r□0)Множества всюду плотные; граничные; нигде не плотные; 1-ой категории. Теорема Бэра. Следствия. Примеры. Связь меры и категории. Примеры. Понятие типичного свойства дискретной динамической системы.

2) Топологическая сопряженность дискретных динамических систем.

Примеры топологически сопряженных дискретных динамических систем. Построение сопрягающего гомеоморфизма.

3)Основные инварианты топологической сопряженности.

Классификация траекторий по свойству возвращаемости: периодические, рекуррентные, устойчивые по Пуассону траектории. Примеры.

Асимптотическое описание поведения траекторий дискретной динамической системы: □- (□ -)предельные точки и множества, неблуждающие (блуждающие) точки и множества. Примеры.

4) Понятие структурной устойчивости, Омега-устойчивости.

Примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых дискретных динамических систем: диффеоморфизмы окружности Морса-Смейла, Омега-устойчивые косые произведения отображений интервала.

5) Введение в одномерную динамику.

Понятие об одномерных моделях. Примеры. Диаграмма Кенигса - Ламерея. Примеры применения диаграммы.

6) Классическая теория гомеоморфизмов окружности.

Понятие числа вращения гомеоморфизма окружности. Динамические свойства

гомеоморфизмов с рациональным; с иррациональным числом вращения.

7) Теорема Данжуа. Пример Данжуа.

Доказательство теоремы Данжуа. Построение примера Данжуа и его обобщений.

4. Образовательные технологии

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций, практических занятий, проектных работ.

Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций используемые на занятиях лекционного типа.

Лекция-информация. Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

Практические занятия. Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателей нескольких домашних практических работ. На практических занятиях выделяется время для проведения презентации и обсуждения проектных работ.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

5.1 Виды самостоятельной работы студентов

- Выполнение практических заданий.

5.2 Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля

Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература.

1. Пуанкаре А. Избранные труды. Т.1-3. М.: Наука,1971г.

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm

2. Леонов Г.А. Странные аттракторы и классическая теория устойчивости движения. 2002.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/interesting/Leonov2002.pdf

5.3. Вопросы для контроля

1. Приведите примеры автономных систем дифференциальных уравнений с указанием отображения сдвига по траекториям; допускающих секущую Пуанкаре. Во втором случае постройте отображение последования на секущей Пуанкаре.
2. Докажите полноту пространства $C^r(M)$, $r \geq 0$.
3. Приведите примеры всюду плотных; граничных; нигде не плотных множеств в R^n, $n \geq 1$; укажите множество 1-ой категории в R^n, $n \geq 1$.
4. Сформулируйте определение дискретной динамической системы. Приведите пример дискретных динамических систем, образующих множество 1-ой категории в $C^1(S^1)$.
5. Сформулируйте определение топологической сопряженности дискретных динамических систем, приведите примеры топологически сопряженных систем.
6. Какие омега-предельные множества имеет тент-отображение? Существуют ли у тент-отображения, имеющие счетные омега-предельные множества? Имеет ли тент-отображение гомоклинические точки? Укажите отображение, топологически сопряженное с тент-отображением.
7. Опишите свойства множества периодических точек тент-отображения.
8. Докажите существование числа вращения у сохраняющего ориентацию гомеоморфизма окружности.
9. Опишите динамику сохраняющего ориентацию гомеоморфизма окружности с рациональным числом вращения.
10. Сформулируйте и докажите теорему о свойствах сохраняющего ориентацию гомеоморфизма окружности с иррациональным числом вращения.
11. Сформулируйте теорему Морса-Смейла для сохраняющих ориентацию гомеоморфизмов окружности и докажите лемму о замыкании.
12. Сформулируйте теорему Морса-Смейла для сохраняющих ориентацию гомеоморфизмов окружности и докажите аппроксимационные леммы к теореме Морса – Смейла.
13. Постройте пример Данжуа.
14. Докажите теорему Данжуа.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1 Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования (*приводятся полные «карты компетенций», в формировании которых участвует дисциплина (модуль) или дается ссылка на них).*

Оценка уровня формирования компетенции ОПК-1

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
Знать: *З1 (ОПК-1)– постановку задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, формулировки необходимых условий оптимальности для различных типов задач.* ***У Уметь:*** *У1 (ОПК-1)* *1. Приобретать новые научные и профессиональные знания для решения задач теории дискретных динамических систем, используя современные образовательные и информационные технологии;* *2. Искать информацию о научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников* *3. Уметь анализировать и выбирать современные технологии и методики выполнения работ по реализации информационной системы* *4. Собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам* ***Владеть:*** *В1 (ОПК-1)* *1. Владеть навыками ведения аналитической деятельности* *2. Владеть математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры*	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.	Плохой уровень формирования компетенции. 0-19 баллов - «Плохо»
	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень формирования компетенции. 20-49 баллов – «неудовлетворительно»
	Знать постановку задач теории дискретных динамических систем. **Уметь** У1 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** *навыками ведения аналитической деятельности, математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры* .	Удовлетворительный уровень формирования компетенции. 50-59 баллов «Удовлетворительно»
	Знать постановку задач теории дискретных динамических систем **Уметь**У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Хороший уровень формирования компетенции. 60-79 баллов «Хорошо»
	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
	Знать постановку задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, формулировки необходимых условий оптимальности для различных типов задач. **Уметь**У1 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Очень хороший уровень формирования компетенции 80-89 баллов «Очень хорошо»
	Знать основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь**У1. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.	Отличный уровень формирования компетенции 90-99 баллов «Отлично»
	Знать основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь**У1. Свободно **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.	Превосходный уровень формирования компетенции 100 баллов «Превосходно»

Оценка уровня формирования компетенции ПК-3

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
Знать: *З1 (ПК-3) понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных	Плохой уровень формирования компетенции. 0-19 баллов - «Плохо»

системы» ***Уметь:*** *У1 (ПК-3)* проводить качественное исследование дискретных динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере ***Владеть :*** *В1 (ПК-3)* математическим аппаратом теории дискретных динамических систем, методами и приемами исследования основных элементов динамики, доказательствами утверждений в этой области	компетенцией.	
	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень формирования компетенции. 20-49 баллов – «неудовлетворительно»
	Знать *понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы в низких размерностях» с рядом негрубых ошибок.: **Уметь**У1 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** математическим аппаратом теории дискретных динамических систем, методами и приемами исследования основных элементов динамики, доказательствами утверждений в этой области	Удовлетворительный уровень формирования компетенции. 50-59 баллов «Удовлетворительно»
	Знать *понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы в низких размерностях» с рядом заметных погрешностей. **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Хороший уровень формирования компетенции. 60-79 баллов «Хорошо»
	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
	Знать *понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы в низких размерностях» с незначительными погрешностями. **Уметь** У1 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Очень хороший уровень формирования компетенции 80-89 баллов «Очень хорошо»
	Знать основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.	Отличный уровень формирования компетенции 90-99 баллов «Отлично»
	Знать основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1. Свободно **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.	Превосходный уровень формирования компетенции 100 баллов «Превосходно»

Карта компетенций для оценивания умений и навыков

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»

		но»					
Умения У1 (ОПК-1) У1 (ПК-3) У2 (ПК-3) У3 (ПК-3)	отсутствует способность решения стандартных задач	наличие грубых ошибок при решении стандартных задач	способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками	способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями	способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей	Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач	способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач
Навыки В1 (ОПК-1) В1 (ПК-3) В2 (ПК-3)	полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией	отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией	наличие минимально необходимого множества навыков	наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях	наличие всех основных навыков, продемонстрированных в стандартных ситуациях	наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях	Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных и нестандартных ситуациях

6.2. Описание шкал оценивания

Зачтено	Ставится в том случае, если студент справился с требованиями учебного плана: знает изученный теоретический материал, владеет основными понятиями, умеет доказывать теоремы и решает задачи по темам, изложенным в лекционном курсе.
Незачтено	Ставится в том случае, если студент не справился с требованиями учебного плана: не владеет основными понятиями теории дискретных динамических систем, не знает формулировок основных теорем курса.

6.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:
- собеседование,
- коллоквиум.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:
- собеседование,
- курсовая работа.

6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Примерная тематика курсовых работ и критерии их оценки

1. Разветвленные континуумы как омега-предельные множества косых произведений в плоскости.
2. Динамика простейших твист-отображений.
3. О некоторых классах топологически транзитивных косых произведений в плоскости.

Работы предполагают освоение нового теоретического материала, имеют исследовательский характер.
При полном удовлетворении этим требованиям ставится оценка -- **«превосходно»;**
при полном освоении теоретического материала, но недостаточно самостоятельном решении исследовательских задач ставится оценка -- **«отлично»;**
при полном освоении теоретического материала, но недостаточно самостоятельном и несколько незавершенном решении исследовательских задач ставится оценка -- **«очень хорошо»;**
при неполном освоении теоретического материала, несамостоятельном и незавершенном решении исследовательских задач ставится оценка -- **«хорошо»;**
при полном освоении теоретического материала и отсутствии исследования ставится оценка – **«удовлетворительно»;**
при неполном освоении теоретического материала и отсутствии исследования ставится оценка – **«неудовлетворительно»;**
если студент не работал по предложенной теме, то ставится оценка **«плохо».**

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.
http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

«Дискретные динамические системы в низких размерностях»

а) основная литература:

1. Пуанкаре А. Избранные труды. Т.1-3. М.: Наука,1971г.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm

2. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.-Л.:ОГИЗ, 1947.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Puankare1947ru.djvu

4. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.-Л.:ОГИЗ, 1947.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/NemyckijStepanov1947ru.djvu

5..Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. М.-Л.: Наука, 1964.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Pliss1964ru.djvu

6.Сибирский К.С. Введение в топологическую динамику. Кишинев, 1970.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Sibirskij1970ru.djvu

7. Аносов Д.В.(ред.) Гладкие динамические системы (Сборник переводов, Математика в зарубежной науке №4). М.: Мир, 1977.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Anosov1977ru.djvu

б) Дополнительная литература:

1. Хьюзмоллер Д., Расслоенные пространства. М.: Мир, 1970.

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

2. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И., Математические аспекты классической и небесной механики. М.: ВИНИТИ, 1985.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению **01.03.01 Математика**.

Автор к.ф.-м.н., доцент Ефремова Л.С.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от _____ года, протокол № _____.