МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное

образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | В.П. Гергель |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

Рабочая программа дисциплины

**Дискретная математика и теория графов**

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

Специальность

**01.03.03 Механика и математическое моделирование**

профиль «Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг»

Квалификация (степень)

**бакалавр**

Форма обучения

**очная**

Нижний Новгород

2017

**1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП**

Курс «Дискретная математика и теория графов» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по направлению «Механика и математическое моделирование». Освоение в 2 семестре первого года обучения.

**Целями освоения дисциплины являются**:

ознакомление студентов с фундаментальными структурами, понятиями и методами дискретной математики; овладение математическим аппаратом, необходимым для построения и изучения моделей информационных и управляющих систем; подготовка базы для изучения дисциплин, использующих понятия дискретной математики.

**2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |
| --- | --- |
| *Формируемые компетенции*(код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции) | *Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций* |
| ОК-7  способность к самоорганизации и к самообразованию *начальный этап* | *У1 (ОК-7)* **уметь:** разобраться с постановкой типовых задач  *В1 (ОК-7)* **владеть:** методами решения типовых задач |
| ОПК-2  готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности *начальный этап* | *З1 (ОПК-2)* **знать:** основные понятия и важнейшие факты из комбинаторики, теории графов, пропозициональной логики.  *В1 (ОПК-2)* **владеть:** основными принципами подсчета, алгоритмами распознавания свойств графов, построения стандартных логических формул. |
| ОПК-3  способность к самостоятельной научно-исследовательской работе  *начальный этап* | *У1 (ОПК-3)* **уметь:** решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи анализа графов, строить таблицы истинности и преобразовывать логические формулы. |
| ПК-2  способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики и механики  *начальный этап* | *З1 (ПК-2)* **знать:** постановки классических задач дискретной математики и теории графов  *У1 (ПК-2)* **уметь:** математически корректно ставить задачи  *В1 (ПК-2)* **владеть:** методами построения и преобразования различных представлений дискретных объектов. |
| ПК-3  способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата  *начальный этап* | *З1 (ПК-3)* **знать:** способы доказательств.  *У1 (ПК-3)* **уметь:** сформулировать результат, увидеть следствия  *В1 (ПК-3)* **владеть:** методами дискретной математики |

**3. Структура и содержание дисциплины «Дискретная математика и теория графов»**

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, всего 144 ч., из которых 64 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 ч. занятий лекционного типа, 32 ч. занятий семинарского типа), 80 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену).

**Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№*  *п/п* | *Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),*  *форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)* | *Семестр* | *Часов* | | | | | | |
| *Всего* | *В том числе* | | | | | |
| *Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы*  *из них* | | | | | *Самостоятельная работа обучающегося* |
| *Занятия лекционного типа* | *Занятия семинарского типа* | *Занятия лабораторного типа* |  | *Всего* |
| *Очная* | *Очная* | *Очная* | *Очная* |  | *Очная* |
| 1. | **Множества.** Понятие множества. Конечные и бесконечные множества. Мощность конечного множества. Подмножество. Число подмножеств конечного множества. Характеристический вектор. Объединение, пересечение, разность, дополнение, симметрическая разность множеств. Основные тождества в алгебре множеств. Диаграмма Венна. Декартово произведение множеств. Мультимножества. | 2 | 16 | 4 | 4 |  |  | 8 | 8 |
| 2. | **Отношения.** Бинарное отношение на множестве. Граф отношения. Свойства отношений. Отношение эквивалентности. Разбиение множества. Теорема о факторизации. Классы эквивалентности. Отношение порядка. Линейный и частичный порядок. Диаграмма Хассе. Отношения между множествами. Многоместные отношения. | 2 | 21 | 6 | 6 |  |  | 12 | 9 |
| 3. | **Комбинаторика.** Правила равенства, суммы и произведения. Упорядоченные и неупорядоченные наборы с повторениями и без повторений. Перестановки. Правило последовательного выбора. Размещения. Сочетания, бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Упорядоченные разбиения. Сочетания с повторениями. Формула включений-исключений. Линейные рекуррентные уравнения первого и второго порядка. | 2 | 25 | 8 | 8 |  |  | 16 | 9 |
| 4. | **Графы.** Понятие графа, типы графов. Смежность, инцидентность, степени. Способы задания графов. Число графов. Специальные графы. Подграф. Изоморфизм. Инварианты. Пути, циклы, связность. Расстояния и метрические характеристики. Эйлеровы циклы и пути. Деревья, основные свойства. Число деревьев. Теорема Кенига. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского (без доказательства). | 2 | 21 | 8 | 8 |  |  | 16 | 5 |
| 5. | **Алгебра логики.** Основные операции логики высказываний. Формулы. Тождественная истинность. Основные тождества. Нормальные формы. | 2 | 16 | 6 | 6 |  |  | 12 | 4 |
|  | **в т.ч. текущий контроль** | 3 |  |  | 3 |  |  |  |  |
|  | **Промежуточная аттестация -зачёт, экзамен** | | | | | | | | |

**4. Образовательные технологии.**

Используются образовательные технологии в форме лекций и практических занятий.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекции-информации. Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практические занятия предполагают разбор решений задач и самостоятельном решении задач, предлагаемых преподавателем, под контролем преподавателя, а также проверке знания теоретического материала, полученного на лекциях.

**5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.– М.: Высшая школа, 2008.
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера . – СПб. ; М. ; Краснодар: Лань, 2009.
3. Редькин Н.П. Дискретная математика.– М.: Физматлит, 2009.
4. Гаврилов Г. П. , Сапоженко А. А. – Задачи и упражнения по дискретной математике.– М.: Физматлит, 2009.
5. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике. – Н.Новгород: ННГУ, 2012. <http://www.unn.ru/books/resources.html>.
6. Алексеев В.Е. Дискретная математика, часть 1,2 <http://www.mliva.org./courses/tutorials>
7. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика.– М.: Вильямс, 2003.

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**

**6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Дисциплина направлена на развитие пяти компетенций:

* Способность к самоорганизации и к самообразованию (ОК-7);
* Готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности (ОПК-2);
* Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе (ОПК-3);
* Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики и механики (ПК-2).
* Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3).

ОК-7 Способность к самоорганизации и к самообразованию

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| незачтено | зачтено | | |
| УМЕТЬ: разобраться с постановкой типовых задач | Отсутствие умений или частично освоенное умение работать с учебной литературой | В целом успешное, но не систематически освоенное умение работать с учебной | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение освоенное умение работать с учебной | Сформированное умение работать с учебной |
| ВЛАДЕТЬ: методами решения типовых задач | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки решения типовых задач | Общие, но не структурированные навыки решения типовых задач | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки решения типовых задач | Сформированные систематические навыки решения типовых задач |

ОПК-2 Готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| незачтено | | зачтено | | |
| ЗНАТЬ: основные понятия и важнейшие факты из комбинаторики, теории графов, пропозициональной логики | | Отсутствие знаний или фрагментарное знание основных понятий и важнейших фактов из комбинаторики, теории графов, пропозициональной логики | В целом успешное, но не систематическое знание основных понятий и важнейших фактов из комбинаторики, теории графов, пропозициональной логики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание основных понятий и важнейших фактов из комбинаторики, теории графов, пропозициональной логики | Успешное и систематическое знание основных понятий и важнейших фактов из комбинаторики, теории графов, пропозициональной логики |
| ВЛАДЕТЬ: основными принципами подсчета, алгоритмами распознавания свойств графов, построения стандартных логических формул | | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования основных принципов подсчета, алгоритмов распознавания свойств графов, построения стандартных логических формул | Общие, но не структурированные навыки использования основных принципов подсчета, алгоритмов распознавания свойств графов, построения стандартных логических формул | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования основных принципов подсчета, алгоритмов распознавания свойств графов, построения стандартных логических формул | Сформированные систематические навыки использования основных принципов подсчета, алгоритмов распознавания свойств графов, построения стандартных логических формул |

ОПК-3 Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | | хорошо | отлично |
| незачтено | зачтено | | | |
| УМЕТЬ: решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи анализа графов, строить таблицы истинности и преобразовывать логические формулы | Отсутствие умений или частично освоенное умение решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи анализа графов, строить таблицы истинности и преобразовывать логические формулы | | | В целом успешное, но не систематически освоенное умение решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи анализа графов, строить таблицы истинности и преобразовывать логические формулы | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи анализа графов, строить таблицы истинности и преобразовывать логические формулы | Сформированное умение решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи анализа графов, строить таблицы истинности и преобразовывать логические формулы |

ПК-2 Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики и механики

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| незачтено | зачтено | | |
| ЗНАТЬ: постановки классических задач дискретной математики и теории графов | Отсутствие знаний или фрагментарное знание постановок классических задач дискретной математики и теории графов | В целом успешное, но не систематическое знание основных постановок классических задач дискретной математики и теории графов | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание основных постановок классических задач дискретной математики и теории графов | Успешное и систематическое знание основных постановок классических задач дискретной математики и теории графов |
| УМЕТЬ математически корректно ставить задачи | Отсутствие умений или частично освоенное умение математически корректно ставить задачи | В целом успешное, но не систематически освоенное умение математически корректно ставить задачи | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение математически корректно ставить задачи | Сформированное умение математически корректно ставить задачи |
| ВЛАДЕТЬ: методами построения и преобразования различных представлений дискретных объектов | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования методов построения и преобразования различных представлений дискретных объектов | Общие, но не структурированные навыки использования методов построения и преобразования различных представлений дискретных объектов | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования методов построения и преобразования различных представлений дискретных объектов | Сформированные систематические навыки использования методов построения и преобразования различных представлений дискретных объектов |

ПК-3 Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| незачтено | зачтено | | |
| ЗНАТЬ: способы доказательств | Отсутствие знаний или фрагментарное знание основных способов доказательств | В целом успешное, но не систематическое знание основных способов доказательств | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание основных способов доказательств | Успешное и систематическое знание основных способов доказательств |
| УМЕТЬ: сформулировать результат, увидеть следствия | Отсутствие умений или частично освоенное умение сформулировать результат, увидеть следствия | В целом успешное, но не систематически освоенное умение сформулировать результат, увидеть следствия | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение сформулировать результат, увидеть следствия | Сформированное умение сформулировать результат, увидеть следствия |
| ВЛАДЕТЬ: методами дискретной математики | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования методов дискретной математики | Общие, но не структурированные навыки использования методов дискретной математики | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования методов дискретной математики | Сформированные систематические навыки использования методов дискретной математики |

**6.2. Описание шкал оценивания**

Экзамен

|  |  |
| --- | --- |
| Превосходно | свободное владение материалом, умение воспроизвести сложные доказательства, решать сложные нестандартные задачи |
| Отлично | свободное владение основным материалом с незначительными погрешностями, умение воспроизвести сложные доказательства, решать задачи повышенной сложности |
| Очень хорошо | достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями, умение воспроизводить доказательства и решать задачи средней сложности |
| Хорошо | владение основным материалом с рядом заметных погрешностей, умение воспроизвести простые доказательства, решать стандартные задачи |
| Удовлетворительно | знание важнейших определений и формулировок, умение решать стандартные задачи |
| Неудовлетворительно | владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка |
| Плохо | отсутствие владения материалом |

**6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций**

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

* индивидуальное собеседование,
* письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

* практические контрольные задания.

Типы практических контрольных заданий:

* задания на установление правильной последовательности, взаимосвязанности действий,
* установление последовательности действий (описание алгоритма выполнения действия).

**6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

Формулировка примерных заданий для контрольных работ

1. Для заданной формулы алгебры множеств и заданных значений множеств-переменных найти множество, описываемое этой формулой.
2. Доказать или опровергнуть тождество в алгебре множеств.
3. Решить уравнение в алгебре множеств.
4. Построить граф заданного бинарного отношения. Определить, является ли это отношение а) рефлексивным; б) симметричным; в) антисимметричным; г) транзитивным.
5. Выяснить является ли заданное бинарное отношение отношением эквивалентности.
6. Выяснить является ли заданное бинарное отношение отношением порядка.
7. Определить, каким числом способов в универсе заданной мощности можно выбрать подмножества, удовлетворяющие данным условиям.
8. Дана мощность объединения трех множеств и мощности всевозможных пересечений этих множеств и их дополнений, кроме одного. Найти мощность оставшегося пересечения.
9. Найти число слов в заданном алфавите, удовлетворяющих данным условиям на вхождения букв.
10. Решить однородное линейное рекуррентное уравнение второго порядка.
11. Выяснить, изоморфны ли данные графы.
12. Для заданного графа найти эксцентриситеты вершин, радиус,

диаметр, центр.

1. Построить код Прюфера заданного дерева.
2. Восстановить дерево по коду Прюфера.
3. Построить граф данного бинарного отношения и выяснить, является ли он двудольным.
4. Построить граф данного бинарного отношения и выяснить, является ли он планарным.
5. Выяснить, является ли заданное равенство в алгебре логики тождеством.
6. Преобразовать данную булеву формулу в СДНФ.
7. Построить СДНФ и СКНФ для данной функции.

Вопросы к экзамену

1. Алгебра множеств. Прямое произведение множеств. Число подмножеств конечного множества.
2. Отношение эквивалентности. Теорема о факторизации.
3. Отношение порядка. Теорема о конечных упорядоченных множествах. Диаграмма Хассе. Лексикографический порядок.
4. Перестановки, размещения, сочетания.
5. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Полиномиальная теорема.
6. Сочетания с повторениями (мультимножества).
7. Формула включений-исключений.
8. Число упорядоченных разбиений конечного множества с заданными размерами частей.
9. Линейные рекуррентные уравнения первого и второго порядка.
10. Понятие графа. Число графов. Изоморфизм. Инварианты.
11. Пути и циклы в графах. Связность. Теоремы о существовании цикла и о числе ребер в связном графе.
12. Расстояния в графах. Метрические характеристики графов. Теорема о диаметре и радиусе.
13. Эйлеровы циклы и пути.
14. Деревья, их свойства. Теорема о центре дерева.
15. Двудольные графы. Теорема Кёнига.
16. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерий планарности.
17. Логические операции. Основные тождества алгебры логики.
18. Нормальные формы.

**Пример экзаменационного билета**

Национальный исследовательский   
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Институт/факультет Институт информационных технологий, математики и механики

1. Кафедра алгебры, геометрии и дискретной математики
2. Дисциплина Дискретная математика и теория графов
3. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов

2. Деревья, их свойства. Теорема о центре дерева.

3. Найдите число подграфов графа , изоморфных графу ..

1. Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Кузнецов М.И.
2. Экзаменатор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Алексеев В.Е.

**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

<http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf>

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) Основная литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.– М.: Высшая школа, 2008. (87 экз)
2. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике. – Н.Новгород: ННГУ, 2012. (<http://www.unn.ru/books/resources.html>)

б) Дополнительная литература

1. Алексеев В.Е. Дискретная математика, часть 1,2 (<http://www.mliva.org./courses/tutorials>)

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

[http://www.unn.ru/books/met\_files/alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/resources.html)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/logic.htm>

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенные мультимедийными средствами. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по специальности 01.03.03 Механика и математическое моделирование (профиль «Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг»).

Автор д.ф.-м.н., доц. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Алексеев В.Е.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института Информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.