МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | В.П. Гергель |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Математический анализ** |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **Бакалавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Прикладная математика и информатика (общий профиль)** |

Квалификация (степень)

|  |
| --- |
| **Бакалавр** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **Очная** |

Нижний Новгород

2017

**1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина Б1.Б.02 «Математический анализ» относится к базовой части ОПОП ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Обязательна для освоения в 1,2,3,4 семестрах, первого и второго года обучения. Индекс дисциплины **Б1.Б.02.**

Форма отчетности – зачет (1,2,3,4 семестр), экзамен (1,2,3,4 семестр).

**Целями освоения дисциплины являются**:

* Ознакомление студентов с фундаментальным аппаратом анализа от понятия действительного числа и функции, до предельного перехода, лежащего в основе дифференциального и интегрального исчисления;
* приобретение навыков математического моделирования различных процессов и закономерностей реального мира;
* подготовка фундаментальной базы для изучения дисциплин: “Дифференциальные уравнения”, "Уравнения математической физики", “Теория вероятностей и математическая статистика”, “Методы оптимизации”, “Вычислительные методы и функциональный анализ”, “Математические модели естествознания”; "Численные методы" и др
* воспитание у студентов математической культуры;
* формирование математического мышления;
* привитие навыков самостоятельной работы и работы в команде;
* развитие способностей к самоорганизации и самообразованию.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** |
| **ОК-7**  способность к самоорганизации и самообразованию  (начальный этап) | ***ЗНАТЬ***  *З1(ОК7)* различные методы и способы вычисления пределов, методы дифференциального и интегрального исчисления, методы разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье.  ***УМЕТЬ***  *У1(ОК7)* решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:   1. раскрывать неопределенности и вычислять пределы последовательностей и функций (с помощью замечательных пределов, эквивалентных бесконечно малых, правила Лопиталя); 2. исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость; 3. дифференцировать явно и неявно заданные функции; 4. дифференцировать параметрически заданные функции; 5. исследовать функцию с помощью производных и строить графики; 6. находить локальные экстремумы, наименьшее и наибольшее значения функций; 7. находить условные экстремумы функции; 8. раскладывать функции по формуле Тейлора; 9. интегрировать функции; 10. представить функцию в виде степенного ряда и ряда Фурье; 11. находить длины кривых, площади плоских фигур, объемы и массы тел, площади поверхностей, координаты центра масс.   *У2(ОК7)* анализировать и осуществлять поиск современных технологий и методик для своего направления.  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ОК7)* способностью уточнить, задать вопрос на профессиональную тему. |
| **ОПК-1** способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики,  основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой  (начальный этап) | ***ЗНАТЬ***  *З1(ОПК1)* основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой  Понятие числовой последовательности, ее предела.  Определение предела функции в точке по Гейне и Коши.  Классификацию точек разрыва функции.  Понятие производной и дифференциала.  Понятия производных и дифференциалов высших порядков; формулу Лейбница.  Теорему Ферма о необходимом условии локального экстремума.  Формулу Тейлора.  Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.  Понятия первообразной и неопределенного интеграла.  Суммы Дарбу и их свойства. Критерии интегрируемости.  Определение равномерной непрерывности функции.  Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формулу Ньютона-Лейбница.  Понятие кривой на плоскости и в пространстве, понятие параметризации кривой.  Понятие функции многих переменных.  Достаточное условие дифференцируемости.  Необходимое условие локального экстремума.  Понятие числового ряда.  Понятия функциональной последовательности и функционального ряда.  Понятие равномерной сходимости функциональных рядов.  Понятие степенного ряда.  Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра.  Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра.  Эйлеровы интегралы.  Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами.  Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье.  Интеграл Фурье и преобразование Фурье.  Определение и свойства двойного интеграла.  Тройные и многократные интегралы.  Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.  Криволинейный интеграл первого рода.  Криволинейный интеграл второго рода.  Поверхностный интеграл первого рода. Поверхностный интеграл второго рода. Поверхностно односвязная область. Формула Стокса.  Формула Остроградского и ее геометрические приложения.  Оператор Гамильтона. Градиент.  Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор. Поле роторов.  Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля.  Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме.  Соленоидальные векторные поля. Потенциальные векторные поля.  ***УМЕТЬ***  *У1(ОПК1)* использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Математический анализ»:  1. Находить грани множества.  2. Вычислять пределы числовых последовательностей и функций, связанные с неопределенностями  3. Находить производные и дифференциалы первого и высших порядков, уравнение касательной к графику функции в точке.  4. Проводить полное исследование функции и на основании данного исследования строить эскизы графиков функций заданных явно и параметрически.  5. Интегрировать простейшие дроби, простейшие иррациональности.  6. Применять определенный интеграл для решения задач, связанных с определением длины дуги спрямляемой кривой, площади плоской фигуры, площади поверхности вращения.  7. Находить кратные и повторные пределы функции нескольких переменных.  8. Исследовать непрерывность функции по совокупности переменных и по отдельным переменным.  9. Находить касательную плоскость и нормаль к поверхности.  10. Вычислять первую и старшие производные неявных функций.  11. Находить локальный экстремум и наименьшее (наибольшее) значение функции на множестве; исследовать функцию на условный экстремум.  11. Исследовать сходимость рядов с помощью признаков Даламбера, Коши, Раабе, интегрального признака сходимости.  12. Исследовать сходимость знакочередующихся рядов с помощью признака Лейбница  13. Применять признаки Абеля и Дирихле для исследования сходимости произвольных рядов.  14. Исследовать равномерную сходимость функциональных рядов с помощью критерия Коши равномерной сходимости и признаков Вейерштрасса, Абеля, Дирихле.  15. Находить интервал сходимости и радиус сходимости степенного ряда с использованием формулы Коши-Адамара.  16. Исследовать несобственные интегралы 1 и 2 рода на сходимость; интегралы, зависящие от параметров, на сходимость и равномерную сходимость.  17. Применять Эйлеровы интегралы к вычислению некоторых определенных и несобственных интегралов.  18. Раскладывать периодическую и произвольную абсолютно интегрируемую на отрезке функцию в тригонометрический ряд Фурье и выяснять характер сходимости полученного ряда.  19. В двойных и тройных интегралах совершать переход от одной системы координат к другой.  20. Вычислять криволинейные интегралы первого и второго рода.  21. Вычислять интегралы по замкнутому контуру.  22. Применять для вычисления интегралов формулу Грина, формулу Стокса, формулу Остроградского.  *У2(ОПК1)* формулировать математически простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей, и уметь решать математически сформулированную задачу, интерпретировать ее решение;  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ОПК1)* математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры |

1. **Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»**

Объем дисциплины составляет **22** зачетных единицы, всего **792** часа, из которых

**424** часа составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем:

**220** часов занятия лекционного типа

**204** часа практические занятия

**368** часов составляет **самостоятельная работа** обучающегося (в т.ч. 189 часов подготовки к экзамену)

Содержание дисциплины

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | в том числе | | | | | |
| **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | **Самостоятельная**  **работа студента**  **часы** |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Лабораторные** |  | **Всего**  **контактных часов** |  |
| **1. Введение**  1.Предмет математического анализа.  Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения | 2 | 2 |  |  |  | 2 |  |
| **2. Вещественные числа**  Числовая прямая.  Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи.  Окрестность точки.  Ограниченные и неограниченные множества, грани множества.  Существование точных границ ограниченных числовых множеств. | 33 | 8 | 9 |  |  | 17 | 16 |
| **3. Числовые последовательности:**  Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности. Примеры.  Свойства пределов и числовых  последовательностей.  Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся  последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями.  Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей.  Предел монотонной последовательности.  Число *е.* Принцип вложенных отрезков.  Подпоследовательности.  Теорема Больцано-Вейерштрасса.  Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности.  Критерий Коши существования предела.  Полнота числовой прямой. | 45 | 12 | 13 |  |  | 25 | 20 |
| **4. Предел функции.**  Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции.  Определение предела функции в точке по Гейне и Коши.  Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.  Свойства пределов функций.  Предел суперпозиции.  Бесконечно малые функции и их сравнение.  1-ый и 2-ой замечательные пределы*.* Раскрытие неопределенностей.  Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности.  Критерий Коши существования конечного предела функции в точке. | 48 | 14 | 14 |  |  | 28 | 20 |
| **5. Непрерывные функции:**  Свойства непрерывных функций.  Различныеопределения непрерывности функции в точке.  Арифметические действия над непрерывными функциями.  Непрерывность композиции.  Классификация точек разрыва функции.  Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях.  Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных границ.  Условия непрерывности монотонной функции на отрезке.  Теорема о непрерывности обратной функции. | 44 | 12 | 12 |  |  | 24 | 20 |
| **6. Производная функции:**  Задачи, приводящие к понятию производной функции.  Средняя и мгновенная скорость изменения процесса.  Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции. Геометрический смысл производной и дифференциала.  Касательная к графику функции вточке.  Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций.  Понятие кривой. Параметрическое задание функции.  Дифференцирование функций, заданных параметрически.  Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически.  Инвариантность формы первого дифференциала.  Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.  Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.  Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка. | 40 | 12 | 12 |  |  | 24 | 16 |
| **7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:**  Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума.  Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений.  Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций.  Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.  Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции.  Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции.  Приближенные методы нахождения корней уравнений. Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности. | 40 | 12 | 12 |  |  | 24 | 16 |
| **В т.ч. текущий контроль** | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация –Зачет, экзамен** | | | | | | | |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Лабораторные** |  | **Всего**  **контактных часов** | **Самостоятельная**  **работа студента**  **часы** |
| **1. Неопределенный интеграл:**  Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла.  Таблица интегралов.  Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно- рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов.  Рационализация подинтегральной функции. Интегрирование иррациональных выражений и выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций.  Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева. | 23 | 6 | 6 |  |  | 12 | 11 |
| **2. Определенный интеграл**: Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массенеоднородного стержня. Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость и ограниченность функции.  Суммы Дарбу и их свойства. Критерии интегрируемости. Колебание функции на отрезке.  Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.  Классыинтегрируемых функций.  Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.  Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.  Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале. | 27 | 6 | 6 |  |  | 12 | 15 |
| **3. Приложения определенного интеграла**:  Определение длины дуги спрямляемой кривой. Вычисление длины дуги.  Дифференциал дуги кривой.  Определение площади плоской фигуры. Критерий квадрируемости области. Квадрируемость области со спрямляемой границей. Вычисление площади плоских фигур.  Объем тела. Критерий кубируемости тела. Вычисление объема тела с известными сечениями, и тела вращения.  Площадь поверхности вращения.  Приложения к задачам механики: масса, статические моменты, координаты центра масс, моменты инерции (материальной кривой и пластины). Теорема Гульдина. | 19 | 6 | 6 |  |  | 12 | 7 |
| **4. Функции многих переменных и пределы**: Арифметическое Евклидово пространство *R^n .* Связное множество в *R^n .* Шаровая и кубическая окрестности точки. Открытые и замкнутые множества в *R^n .* Последовательность в *R^n.* Сходимость и предел последовательности. Покоординатная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательности в *R .*  Ограниченные и неограниченные множества в *R^n.* Теорема Больцано-Вейерштрасса.  Компакты. Критерий компактности.  Функции многих переменных.  График функции двух переменных.  Линии и поверхности уровня.  Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши. | 31 | 8 | 8 |  |  | 16 | 15 |
| **5. Непрерывные функции многих переменных**  Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным. Свойства непрерывных функций.  Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве. Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности  и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности. | 31 | 6 | 6 |  |  | 12 | 19 |
| **6. Дифференцирование функции многих переменных:** Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости.  Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала.  Абсолютная и относительная погрешность.  Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.  Практические следствия инвариантности.  Касательная плоскость и нормаль к поверхности.  Геометрический смысл дифференциала.  Частные производные первого и высших порядков. Равенство смешанных производных.  Дифференциала высших порядков. Неинвариантность формы высших дифференциалов.  Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений. | 35 | 8 | 8 |  |  | 16 | 19 |
| **7. Неявно заданные функции:**  Неявно заданные функции. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функции.  Вычисление первой и старших производных неявных функций.  Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно. | 27 | 4 | 4 |  |  | 8 | 19 |
| **8. Экстремумы функций многих переменных**  Необходимое условие локального экстремума. Критические точки. Достаточные условия экстремума.  Условный экстремум функции.  Метод множителей Лагранжа.  Наименьшее и наибольшее значения функций (безусловные и условные). | 23 | 4 | 4 |  |  | 8 | 15 |
| **В т.ч. текущий контроль** | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация – Зачет, экзамен** | | | | | | | |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Лабораторные** |  | **Всего**  **контактных часов** | **Самостоятельная**  **работа студента**  **часы** |
| **1. Числовые ряды**:  Понятие числового ряда. Связь с приближенными вычислениями. Частичные суммы числового ряда, сходимость и расходимость рядов. Сумма, отрезок и остаток ряда. Эквивалентность сходимости числовых рядов и числовых последовательностей.  Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов.  Знакопостоянные ряды. Критерий сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения для сходимости знакопостоянного ряда.  Признаки сходимости знакопостоянных рядов Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. (Обобщенные гармонические ряды.)  Абсолютная и условная сходимости произвольных числовых рядов. Признаки абсолютной сходимости рядов. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.  Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Оценки суммы и остатка знакочередующегося ряда, их использование для оценки погрешности вычислений.  Признаки Абеля и Дирихле сходимости произвольных рядов. Теорема Римана о зависимости суммы условно (неабсолютно) сходящегося ряда от порядка следования членов. | 28 | 10 | 10 |  |  | 20 | 8 |
| **2. Функциональные последовательности и ряды**: Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимость в точке и области..  Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов.  Функциональные свойства рядов, связанные с равномерной сходимостью. Теорема о почленном переходе к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании. | 32 | 10 | 10 |  |  | 20 | 12 |
| **3. Степенные ряды.** Понятие степенного ряда. Лемма Абеля об абсолютной сходимости. Интервал ирадиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости: формулы Даламбера, Коши и Коши –Адамара.  Свойства степенного ряда: равномерная сходимость на внутреннем отрезке; непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование на интервале сходимости.  Ряды Тейлора. Аналитические функции. Достаточное условие аналитичности. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.  Понятие ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера. | 32 | 10 | 10 |  |  | 20 | 12 |
| **4. Несобственные интегралы**:  Задачи, приводящие к понятию несобственных интегралов. Интеграл с бесконечными пределами. Сходимость и расходимость интегралов. Критерий Коши. Замена переменной и интегрирование по частям.  Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости.  Условная сходимость. Признак Абеля-Дирихле.  Интегралы от неограниченных функций. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Эквивалентность несобственных интегралов обоих типов.  Главные значения в смысле Коши несобственных интегралов. | 30 | 9 | 9 |  |  | 18 | 12 |
| **5. Кратный интеграл. Определенные интегралы, зависящие от параметра**  Равномерная сходимость функций по параметру. Критерий Коши равномерной сходимости.  Основные способы вычисления кратного интеграла: метод сведения к повторному интегралу (теорема Фубини), замена переменных в кратном интеграле.  Предельный переход под знаком собственного интеграла с параметром. Непрерывность, дифференцирование, интегрирование по параметру.  Равенство повторных интегралов.  Непрерывность и дифференцирование по параметру в случае, когда пределы интегрирования также зависят от параметра. Примеры приложения к вычислению определенных интегралов. | 30 | 9 | 9 |  |  | 18 | 12 |
| **6. Несобственные интегралы, зависящие от параметра**  Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточный признак Вейерштрасса абсолютной и равномерной сходимости.  Предельный переход, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов.  Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра.  Эйлеровы интегралы. | 36 | 10 | 10 |  |  | 20 | 16 |
| **7. Ряды Фурье:**  Периодические функции. Понятие гармоники, амплитуды,фазы. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд.  Ортогональность тригонометрической системы. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда через его сумму.  Определение тригонометрического ряда Фурье. Периодическое продолжение произвольной функции. Стремление коэффициентов Фурье к нулю.  Представление частичной суммы ряда Фурье для абсолютно-интегрируемой функции интегралом Дирихле. Принцип локализации.  Поточечная сходимость рядов Фурье. Регулярные точки функции.  Суммы Фейера. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами.  Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Условие полноты Парсеваля.  Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье. Оценки скорости сходимости рядов Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.  Ряды Фурье на произвольном интервале. Комплексная запись рядов Фурье.  Интеграл Фурье и преобразование Фурье. | 28 | 10 | 10 |  |  | 20 | 8 |
| **В т.ч. текущий контроль** | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация – Зачет, экзамен** | | | | | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Лабораторные** |  | **Всего**  **контактных часов** | **Самостоятельная**  **работа студента**  **часы** |
| **Кратные интегралы**  Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла.  Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана преобразования. Полярная замена координат.  Тройные и многократные интегралы. Приведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.  Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания.  Приложения кратных интегралов к задачам механики: масса, статические моменты, центр масс, моменты инерции. | 28 | 8 | 4 |  |  | 12 | 16 |
| **Криволинейные интегралы**  Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого ряда, его вычисление.  Криволинейный интеграл второго ряда. Соотношение криволинейных интегралов. Вычисление криволинейного интеграла второго ряда  Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина.  Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу. | 28 | 8 | 4 |  |  | 12 | 16 |
| **Поверхностные интегралы**  Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление с помощью двойного интеграла.  Двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов.  Поверхностно односвязная область. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования. Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу.  Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения. | 28 | 8 | 4 |  |  | 12 | 16 |
| **Теория поля (Векторный анализ)**  Физические задачи, приводящие к понятиям скалярного и векторного полей. Оператор Гамильтона. Градиент. Поле градиентов. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор. Поле роторов.  Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля. Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме.  Соленоидальные векторные поля. Условия соленоидальности поля, физический смысл дивергенции.  Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности векторного поля.  . | 24 | 8 | 4 |  |  | 12 | 12 |
| **В т.ч. текущий контроль** | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация – Зачет, экзамен** | | | | | | | |

1. **Образовательные технологии**

Основной формой организации учебного процесса являются лекционные занятия. При выполнении практических работ, при самостоятельной работе и подготовке к зачету студенты имеют доступ к материалам курса, размещенным в системе электронного обучения ННГУ по адресу <http://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1660>, режим доступа – требует авторизации. Используются образовательные технологии в форме лекций, практических занятий, электронного обучения.

**Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

**Практические занятия.** Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателей нескольких домашних практических работ.

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

**5.1. Виды самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Математический анализ» включает выполнение домашних заданий, подготовку к тестированию и экзамену. Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу. http://e-learning.unn.ru/

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач, подготовке ответов на вопросы самоконтроля. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Самостоятельная работа под контролем преподавателя направлена на активизацию познавательной деятельности студента и установление «обратной связи» между студентом и преподавателем.

**5.2. Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля**

а) Основная литература:

1.Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: / М; СПб.:Физматлит: Невский диалект, 2002 – 728 с.(247 экз.)

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб.пособие. М.: АСТ Астрель, 2010 .558 с. (252 экз.)

3. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу / М.И.Т.(в 3 т), 2003 – 472 с. (116 экз.)

4. Графики функций: учебно-метод. пособие. Сост. Т.П.Киселева, И.И.Олюнина. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. - 43с. <http://www.unn.ru/books/resources.html>

5. Числовые ряды. Учебно-методическое пособие. Составители: Киселева Т.П., Трубачева А.Л. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. - 32с. <http://www.unn.ru/books/resources.html>

6.Калашников А.Л., Фокина В.И. Задачи по методам вычислений. Численное интегрирование. Учебно – методическая разработка. Н.Новгород, ННГУ, 1997.

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

б) Дополнительная литература

1. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I / М.:, 2009. — 648 с. (105 экз.).

2. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II: / М.:, 2009. – - 464 с. (112 экз.)

3. Контрольные задачи на функциональные последовательности и ряды, интеграл и ряды Фурье. Практикум. Составители: Калашников А.Л., Федоткин А.М.., Фокина В.Н. – Н. Новгород, Нижегородский госуниверситет, 2011. – 22с. – ННГУ, рег. № 383.11.0. –URL:.http://www.unn.ru/books/resources.html

**5.3 Вопросы для контроля:**

1. Сформулируйте определение окрестности точки x ∈ R.
2. Сформулируйте определение ε-окрестности точки x ∈ R.
3. Сформулируйте определение окрестности +∞.
4. Сформулируйте определение окрестности −∞.
5. Сформулируйте определение окрестности ∞.
6. Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества.
7. Какое число называется верхней гранью множества.
8. Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества.
9. Всегда ли существуют точные верхние грани множества?
10. Сформулируйте определение предела последовательности.
11. Сформулируйте определение сходящейся (расходящейся) последовательности.
12. Какая последовательность называется бесконечно малой (бесконечно большой)?
13. Сколько пределов может иметь сходящаяся последовательность?
14. Перечислите свойства пределов, связанные с неравенствами.
15. Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности.
16. Всякая ли сходящаяся последовательность ограничена? Всякая ли ограниченная последовательность сходится?
17. Сформулируйте свойства бесконечно малых последовательностей.
18. Сформулируйте определение монотонной последовательности.
19. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) последовательности.
20. Если последовательность монотонная, она будет иметь предел?
21. Как определяется число *e*?
22. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
23. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности.
24. Дайте определение частичного предела.
25. Сформулируйте критерий частичного предела.
26. Что такое верхний (нижний) предел последовательности?
27. Какая связь между сходимостью последовательности и ее частичными пределами?
28. Сформулируйте определение по Гейне предела функции.
29. Сформулируйте определение по Коши , где *a*, *b*∈ R. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).
30. Сформулируйте определение по Коши , где *a*∈ R. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).
31. Сформулируйте определение по Коши . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).
32. Сформулируйте определение по Коши , где *a*∈ R. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).
33. Сформулируйте определение бесконечно малой функции.
34. Сформулируйте определение бесконечно большой функции.
35. Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка.
36. Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций.
37. Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой.
38. Сформулируйте определение приращения функции.
39. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое).
40. Сформулируйте определение непрерывности функции на множестве.
41. Сформулируйте определение точки разрыва.
42. Сформулируйте определение точки устранимого разрыва.
43. Сформулируйте определение точки разрыва I-го рода.
44. Сформулируйте определение точки разрыва II-го рода.
45. Сформулируйте основные свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса, теоремы Больцано-Коши).
46. Дайте классификацию точек множества на числовой прямой.
47. Какое множество называется открытым? Замкнутым? Может ли множество быть открытым и одновременно замкнутым?
48. Сформулируйте определение производной функции в точке.
49. Сформулируйте определение односторонней производной функции.
50. Сформулируйте определение производной n-го порядка.
51. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке.
52. Сформулируйте определение дифференциала первого порядка.
53. Какой геометрический смысл имеет производная функции в точке и дифференциал функции в точке?
54. Сформулируйте определение дифференциала n-го порядка.
55. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
56. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции.
57. Как найти производную (дифференциал) произведения.
58. Как найти производную (дифференциал) частного.
59. В чем заключается свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка.
60. Продемонстрируйте неинвариантность формы второго дифференциала.
61. Сформулируйте определение возрастающей строго (нестрого) функции.
62. Сформулируйте определение убывающей строго (нестрого) функции.
63. Сформулируйте определение монотонной функции.
64. Сформулируйте определение локального минимума (максимума).
65. Сформулируйте основные теоремы о дифференцируемых на интервале функциях: Ферма, Ролля, Лагранжа.
66. Какие следствия из теоремы Лагранжа вам известны?
67. Что такое формула Тейлора?
68. Сформулируйте определение строгого локального минимума (максимума).
69. Сформулируйте определение экстремума.
70. Сформулируйте определение строгого экстремума.
71. Сформулируйте определение стационарной точки.
72. Сформулируйте определение критической точки.
73. Сформулируйте необходимое условие экстремума?
74. Сформулируйте достаточные условия экстремума?
75. Какая точка называется точкой перегиба дифференцируемой функции?
76. Сформулируйте необходимое условие точки перегиба.
77. Сформулируйте достаточное условие точки перегиба.
78. Сформулируйте определение вертикальной, наклонной асимптоты.
79. Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты.
80. Что такое первообразная и неопределенный интеграл?
81. Сформулируйте свойства неопределенного интеграла.
82. Чему равен интеграл от суммы функций?
83. Равен ли интеграл от произведения функций произведению интегралов от этих функций? Приведите пример.
84. Перечислите простейшие рациональные дроби.
85. Какое выражение называется дифференциальным биномом?
86. При каких условиях дифференциальный бином интегрируется в элементарных функциях?
87. Сформулируйте понятие определенного интеграла (интеграла Римана).
88. Какое условие является необходимым для интегрируемости функции?
89. Что такое суммы Дарбу и зачем они нужны?
90. Какие функции являются интегрируемыми по Риману?
91. Что такое интеграл с переменным верхним пределом?
92. Какими свойствами обладает интеграл с переменным верхним пределом?
93. Какая связь между определенным и неопределенным интегралом?
94. Как задается кривая на плоскости и в пространстве? Что такое параметризация кривой?
95. Сформулируйте определение длины дуги и спрямляемой кривой.
96. Как определяется площадь плоской фигуры по Жордану?
97. Как найти площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора?
98. Как найти площадь плоской фигуры с параметрически заданной границей?
99. Как найти площадь поверхности и объем тел вращения?
100. Что такое векторное пространство Rn?
101. Дайте определение евклидова пространства.
102. Какое пространство называется метрическим?
103. Что является пределом последовательности в пространстве Rn?
104. Что такое покоординатная сходимость?
105. Что такое повторные пределы функции двух переменных?
106. Сформулируйте определение предела функции нескольких переменных.
107. Какая функция называется непрерывной в точке по совокупности переменных?
108. Какая функция называется непрерывной в точке по отдельным переменным?
109. Какое множество называется компактным?
110. Сформулируйте критерий Больцано-Вейерштрасса компактности множества.
111. Какое множество называется связным?
112. Сформулируйте свойства непрерывных функций на компактном множестве (теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора).
113. Сформулируйте свойства непрерывных функций на связном множестве (теоремы Больцано-Коши).
114. Дайте определение частной производной функции.
115. Какая функция двух переменных называется дифференцируемой в точке?
116. Если функция имеет частные производные в точке, будет ли она дифференцируемой в этой точке?
117. Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
118. Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности?
119. Напишите формулу Тейлора для функции многих переменных.
120. Какая функция называется заданной неявно?
121. Каким условиям должна удовлетворять функция F(x,y), чтобы уравнение F(x,y)=0 определяло в окрестности точки x0 единственную непрерывную функцию y(x) так, что y(x0)=y0. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки x0?
122. Каким условиям должна удовлетворять функция F(x,y,z), чтобы уравнение F(x,y,z)=0 определяло в окрестности точки (x0,y0) единственную непрерывную функцию z(x,y) так, что z(x0,y0)=z0. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки (x0,y0)?
123. Какая функция называется заданной неявно системой уравнений?
124. Сформулируйте теорему о неявной функции, заданной системой уравнений?
125. Что такое замена переменных?
126. Дайте определение локального экстремума функции нескольких переменных.
127. Сформулируйте необходимое условие локального экстремума, достаточное условие локального экстремума.
128. Какая точка называется точкой условного экстремума функции нескольких переменных?
129. Как найти условный экстремум функции?
130. В чем заключается метод множителей Лагранжа?
131. Что такое числовой ряд?
132. Что называется суммой ряда?
133. Какой числовой ряд называется сходящимся (расходящимся)?
134. Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда?
135. Если общий член ряда стремится к нулю, что можно сказать о сходимости ряда?
136. Сформулируйте критерий Коши сходимости числового ряда.
137. Какой числовой ряд называется гармоническим и почему он так называется?
138. Сходится ли гармонический ряд и почему?
139. Какой числовой ряд называется знакоположительным?
140. Сформулируйте признаки сходимости знакоположительного числового ряда.
141. (ограниченность последовательности частичных сумм, признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши-Маклорена).
142. Когда говорят, что ряд сходится абсолютно? Условно?
143. Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством ассоциативности сложения? Когда это возможно?
144. Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством коммутативности сложения? Когда это возможно?
145. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
146. Как оценить остаток знакочередующегося ряда?
147. Сформулируйте признаки Дирихле и Абеля сходимости произвольных рядов.
148. Дайте понятия функциональной последовательности, функционального ряда.
149. Как найти область сходимости функциональной последовательности, функционального ряда?
150. Дайте определение поточечной и равномерной сходимости на множестве функциональной последовательности, функционального ряда.
151. Сформулируйте признаки равномерной сходимости функциональной последовательности, функционального ряда (критерий Коши, достаточные признаки Вейерштрасса, Дирихле, Абеля).
152. При каких условиях для функционального ряда справедливы следующие свойства: «предел от суммы равен сумме пределов», «интеграл от суммы равен сумме интегралов», «производная от суммы равна сумме производных»?
153. Какой ряд называется степенным?
154. Как найти радиус сходимости степенного ряда?
155. Что является областью сходимости степенного ряда?
156. Сходится ли степенной ряд в области сходимости равномерно?
157. Будет ли непрерывной сумма степенного ряда в области сходимости?
158. Когда говорят, что функция раскладывается в степенной ряд в некоторой точке?
159. Как определить, раскладывается ли функция в степенной ряд?
160. Какие степенные ряды можно получить при разложении функции?
161. Какая функция называется аналитической?
162. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Каково значение этих теорем?
163. Какое пространство называется бесконечномерным евклидовым пространством?
164. Приведите пример бесконечномерного евклидова пространства. Определите в нем скалярное произведение, норму, метрику.
165. Что такое сходимость по норме, сходимость в среднем?
166. Какая система функций называется ортогональной? Приведите пример.
167. Какая система функций называется ортонормированной? Приведите пример.
168. Какой ряд называется общим рядом Фурье. Каким свойством обладают коэффициенты Фурье?
169. Что из себя представляет неравенство Бесселя, равенство Парсеваля?
170. Сформулируйте свойства полноты и замкнутости ортонормированной системы.
171. Запишите ряд Фурье по тригонометрической системе.
172. Как записать ряд Фурье для чётных и нечётных функций?
173. Когда ряд Фурье, построенный по некоторой функции, сходится к ней равномерно? Поточечно?
174. Что называется несобственным интегралом первого, второго рода?
175. Напишите интеграл Эйлера-Пуассона. Как найти значение этого интеграла?
176. Напишите интеграл Дирихле. Как найти значение этого интеграла?
177. Что такое гамма-функция, бета-функция? Зачем они нужны?
178. Как интегрировать функцию двух переменных? Дайте определение двойного интеграла.
179. Что такое повторные интегралы? Как поменять порядок интегрирования в повторном интеграле?
180. Как сделать замену переменных в двойном интеграле?
181. Что такое тройной интеграл и многократные интегралы?
182. Как вычислить двойной, тройной интеграл?
183. Какие приложения двойных интегралов вам известны?
184. Как найти площадь плоской области, объем цилиндрического тела, площадь гладкой криволинейной поверхности, центр тяжести пластины?
185. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.
186. Как определяется криволинейный интеграл первого, второго рода?
187. Зависит ли криволинейный интеграл первого рода от направления интегрирования? Что можно сказать в этом случае относительно криволинейного интеграла второго рода?
188. Как вычислить криволинейный интеграл первого, второго рода?
189. Когда криволинейный интеграл второго рода не зависит от вида кривой интегрирования?
190. Как восстановить функцию по ее частным производным (дифференциалу) с помощью криволинейного интеграла второго рода?
191. Какая связь между криволинейным интегралом второго рода и двойным интегралом?
192. Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина.
193. Как определяется поверхностный интеграл первого, второго рода?

Как вычислить поверхностный интеграл первого, второго рода?

Какая область называется поверхностно односвязной? Формула Стокса.

1. Какая связь между криволинейным интегралом второго рода и поверхностным интегралом первого рода?
2. Какая связь между поверхностным интегралом второго рода и тройным интегралом?
3. Каковы приложения криволинейных и поверхностных интегралов в теории поля?
4. Формула Остроградского и ее геометрические приложения.
5. Оператор Гамильтона. Градиент
6. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор. Поле роторов.
7. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля.
8. Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме.
9. Соленоидальные векторные поля. Потенциальные векторные поля.
10. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**, включающий:
    1. **Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

*Оценка уровня формирования компетенции* ***ОПК-1***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| **Знать:**  *З1(ОПК1)* основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой  **Уметь:**  *У1(ОПК1)* использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Математический анализ»:  *У2(ОПК1)* формулировать математически простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей, и уметь решать математически сформулированную задачу, интерпретировать ее решение;  **Владеть:**  *В1(ОПК1)* математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Плохой уровень  формирования компетенции.  0-19 баллов - «Плохо» |
|  | Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  20-49 баллов –«неудовлетворительно» |
| **Знать** основные понятия и свойства теории пределов, основные определения и формулы дифференциального, интегрального исчислений, теории рядов с рядом негрубых ошибок. **Уметь** У1, У2 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** пониманием основных стандартных методов вычисления пределов, дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; навыками применения дифференциального и интегрального исчислений для решения простейших геометрических и физических задач. | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  50-59 баллов  «Удовлетворительно» |
| **Знать** основные понятия и свойства теории пределов, основные определения, формулы и утверждения дифференциального, интегрального исчислений, теории рядов с рядом заметных погрешностей. **Уметь** У1, У2 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Хороший уровень  формирования компетенции.  60-79 баллов  «Хорошо» |
| Критерии оценивания (дескрипторы)  **Знать** основные понятия и свойства теории пределов, основные определения, формулы и утверждения дифференциального, интегрального исчислений, теории рядов с незначительными погрешностями. **Уметь** У1, У2 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Шкала оценивания  Очень хороший уровень  формирования компетенции  80-89 баллов  «Очень хорошо» |
| **Знать** основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1,У2. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях. | Отличный уровень  формирования компетенции  90-99 баллов  «Отлично» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1,У2 свободно. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях. | Превосходный уровень  формирования компетенции  100 баллов  «Превосходно» |

*Оценка уровня формирования компетенции* ***ОК-7***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| **Знать:**  *З1(ОК7)* различные методы и способы вычисления пределов, методы дифференциального и интегрального исчисления, методы разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье;  **Уметь:**  *У1(ОК7)* решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:  *У2(ОК7)* анализировать и осуществлять поиск современных технологий и методик для своего направления.  **Владеть:**  *В1(ОК7)* способность уточнить, задать вопрос на профессиональную тему. | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Плохой уровень  формирования компетенции.  0-19 баллов - «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  20-49 баллов –«неудовлетворительно» |
| **Знать** основные понятия и свойства теории пределов, основные определения и формулы дифференциального, интегрального исчислений, теории рядов с рядом негрубых ошибок. **Уметь** У1,У2 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** пониманием основных стандартных методов вычисления пределов, дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; навыками применения дифференциального и интегрального исчислений для решения простейших геометрических и физических задач. | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  50-59 баллов  «Удовлетворительно» |
| **Знать** основные понятия и свойства теории пределов, основные определения, формулы и утверждения дифференциального, интегрального исчислений, теории рядов с рядом заметных погрешностей. **Уметь** У1,У2 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Хороший уровень  формирования компетенции.  60-79 баллов  «Хорошо» |
| Критерии оценивания (дескрипторы)  **Знать** основные понятия и свойства теории пределов, основные определения, формулы и утверждения дифференциального, интегрального исчислений, теории рядов с незначительными погрешностями. **Уметь** У1,У2 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Шкала оценивания  Очень хороший уровень  формирования компетенции  80-89 баллов  «Очень хорошо» |
| **Знать** основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1,У2. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях. | Отличный уровень  формирования компетенции  90-99 баллов  «Отлично» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь**У1, У2 свободно. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях. | Превосходный уровень  формирования компетенции  100 баллов  «Превосходно» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1,У2 свободно. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях. | Превосходный уровень  формирования компетенции  100 баллов  «Превосходно» |

* 1. **Описание шкал оценивания**

Для оценивания результатов учебной деятельности студентов при изучении дисциплины «**Математический анализ**» используются оценочные средства:

* собеседование (зачет, экзамен),
* контрольная работа,
* тест.

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

* уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
* уровень понимания студентами изученного материала
* способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных
* задач.

Зачет в семестре принимается по итогам текущей успеваемости с учетом результата письменной контрольной работы и последующем собеседовании в рамках вопросов к зачёту, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть зачёта предусматривает решение заданий из разделов математического анализа текущего семестра.

***Критерии оценок при проведении зачета***

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| Зачтено | Студент свободно ориентируется в понятиях и основных фактах курса, отвечает на контрольные вопросы, выполнены контрольные задачи из перечня контрольных заданий без грубых ошибок. |
| Не зачтено | Студент не ориентируется в понятиях и фактах курса, не отвечает на контрольные вопросы, наличие задолженностей по письменным контрольным работам, выполнение дополнительных практических заданий с грубыми ошибками. |

Контроль качества усвоения студентами практического содержания дисциплины проводится в виде зачёта, на котором определяется:

* уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
* уровень понимания студентами изученного материала
* способности студентов решать конкретные задачи

Зачёт проводится в устной форме, которая заключается в ответе студента на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть зачёта предусматривает решение задач из разделов математического анализа семестров 1,2,3,4.

Экзамен проводится в устной форме. Устная часть экзамена заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает решение задач из разделов семестров 1,2,3,4.

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| Превосходно | Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий поход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях.  100 %-ное выполнение контрольных задач |
| Отлично | Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных задач на 90% и выше |
| Очень хорошо | Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п.  Студент активно работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных задач от 80 до 90%. |
| Хорошо | В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных задач от 70 до 80%. |
| Удовлетворительно | Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки, но при ответах на наводящие вопросы, может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия.  Выполнение контрольных задач от 50 до 70%. |
| Неудовлетворительно | Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий.  Выполнение контрольных задач до 50%. |
| Плохо | Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий.  Выполнение контрольных задач менее 20 %. |

* 1. **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций**

**Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:**

- тестирование;

- индивидуальное собеседование,

- письменные ответы на вопросы.

**Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:**

- тестирование;

- практические контрольные задания (далее – ПКЗ), включающих одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

По сложности ПКЗ разделяются на простые и комплексные задания.

Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия. К ним можно отнести: простые ситуационные задачи с коротким ответом или простым действием; несложные задания по выполнению конкретных действий. Простые задания применяются для оценки умений. Комплексные задания требуют многоходовых решений как в типичной, так и в нестандартной ситуациях. Это задания в открытой форме, требующие поэтапного решения и развернутого ответа, в т.ч. задания на индивидуальное или коллективное выполнение проектов, на выполнение практических домашних практических работ. Комплексные практические задания применяются для оценки владений.

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

***Домашние практические задания для оценивания результатов обучения в виде умений У1(ОПК1)и владений В1(ОПК1) формирования ОПК-1.*** Исследовать на сходимость (абсолютную и условную) 

1. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость .

***Образец тестовых вопросов для оценивания результатов обучения в виде знаний З1(ОПК-1), умений У1(ОК-7).***

**Вопрос 1**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Если числовой ряд расходится, то ряд модулей его элементов также расходится (+)
* Если ряд модулей элементов ряда расходится, то и сам ряд расходится
* Из абсолютной сходимости ряда следует сходимость в себе последовательности его частичных сумм (+)
* Если частичные суммы знакопеременного ряда ограничены и элементы ряда стремятся к нулю, то ряд сходится

**Вопрос 2**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Если элементы знакопеременного ряда стремятся к нулю, то ряд сходится
* Если элементы ряда монотонно убывают, то ряд сходится
* Если знакочередующийся ряд сходится, то его элементы по модулю монотонно стремятся к нулю
* Если частичные суммы знакочередующегося ряда ограничены, то ряд сходится

**Вопрос 3**

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Как называется признак, сформулированный в данном утверждении: «Если частичные суммы элементов последовательности  ограничены, а элементы последовательности  монотонно стремятся к нулю, то ряд  сходится».

**Варианты ответов**:

* Признак Лейбница
* Признак Дирихле (+)
* Признак Абеля
* Интегральный признак Коши

**Вопрос 4**

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Как называется признак, сформулированный в данном утверждении: «Если элементы последовательности  монотонно стремятся к нулю, то ряд  сходится».

**Варианты ответов**:

* Признак Лейбница (+)
* Признак Дирихле
* Признак Абеля
* Признак Вейерштрасса

**Вопрос 5**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Укажите верное утверждение:

**Варианты ответов**:

* Перестановка элементов сходящегося положительного ряда не влияет на его сумму (+)
* Результатом перестановки элементов условно сходящегося ряда можно получить расходящийся ряд (+)
* Существует такая перестановка элементов условно сходящегося ряда, которая приводит к абсолютно сходящемуся ряду
* Существует такая перестановка элементов положительного ряда, которая приводит к условно сходящемуся ряду

**Вопрос 6**

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Укажите верное продолжение признака Абеля равномерной сходимости: «Если на некотором множестве  функциональный ряд  равномерно сходится, а ... , то ряд  сходится равномерно на этом множестве»

**Варианты ответов**:

* последовательность функций  монотонно и равномерно сходится к предельной функции (+)
* последовательность функций  равномерно сходится к нулю
* последовательность функций  равномерно ограничена

частичные суммы  монотонно возрастают и ограничены сверху

**Вопрос 7**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Из равномерной сходимости функционального ряда следует его поточечная сходимость на том же множестве (+)
* Область равномерной сходимости функциональной последовательности может совпадать с областью поточечной сходимости (+)
* Если функциональный ряд абсолютно сходится на некотором множестве, то эта сходимость – равномерная
* Суммой функционального ряда непрерывных функций всегда является непрерывная функция

**Вопрос 8**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Суммой двух равномерно сходящихся рядов является равномерно сходящийся ряд (+)
* Суммой двух рядов, не обладающих равномерной сходимостью, может являться равномерно сходящийся ряд (+)
* Если остаток функционального ряда монотонно стремится к нулю, то ряд сходится равномерно
* Если ряд равномерно сходится, то он сходится абсолютно

**Вопрос 9**

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верную формулировку признака Вейерштрасса равномерной сходимости:

**Варианты ответов**:

* Если модули элементов функционального ряда на некотором множестве мажорируются элементами сходящегося числового ряда, то функциональный ряд сходится абсолютно и равномерно(+)
* Если элементы функционального ряда на некотором множестве равномерно и монотонно стремятся к нулю, то ряд сходится равномерно на этом множестве
* Если модулями значений элементов функционального ряда на некотором множестве является числовая последовательность, ряд элементов которой сходится, то функциональный ряд сходится равномерно
* Для равномерной сходимости ряда необходима и достаточна равномерная сходимость к нулю остатка ряда

**Вопрос 10**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Областью определения функциональной последовательности является пересечение областей определения ее элементов (+)
* Областью определения функциональной последовательности является объединение областей определения ее элементов
* Если области определения элементов последовательности являются интервалами, то область определения последовательности может быть отрезком (+)
* Если области определения элементов последовательности являются отрезками, то область определения последовательности может быть интервалом

**Вопрос 11**

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Продолжите утверждение: «Для равномерной сходимости функциональной последовательности необходимо и достаточно, чтобы...»

**Варианты ответов**:

* (+)
* 
* 
* 
* 
* 
* 
* 

**Вопрос 12**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Сумма равномерно сходящегося ряда непрерывных функций всегда является непрерывной функцией (+)
* Сумма сходящегося ряда непрерывных функций может быть разрывной (+)
* Сумма сходящегося ряда разрывных функций может быть непрерывной (+)
* Сумма равномерно сходящегося ряда дифференцируемых функций всегда является дифференцируемой функцией

**Вопрос 13**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Укажите верные формулировки теоремы о возможности интегрирования под знаком ряда:

**Варианты ответов**:

* Равномерно сходящийся ряд интегрируемых функций можно интегрировать под знаком ряда (+)
* Равномерно сходящийся ряд непрерывных функций можно интегрировать под знаком ряда (+)
* Ряд дифференцируемых функций можно интегрировать под знаком ряда
* Ряд монотонных ограниченных функций можно интегрировать под знаком ряда

**Вопрос 14**

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Укажите верную формулировку теоремы о возможности дифференцирования под знаком ряда:

**Варианты ответов**:

* Равномерно сходящийся ряд дифференцируемых функций можно дифференцировать под знаком ряда
* Если функциональный ряд сходится, а ряд производных его элементов сходится равномерно, то можно дифференцировать под знаком ряда (+)
* Если функциональный ряд сходится равномерно, а ряд производных его элементов сходится, то можно дифференцировать под знаком ряда
* Равномерно сходящийся ряд непрерывно дифференцируемых функций можно дифференцировать под знаком ряда

**Вопрос 15**

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Если суммой сходящегося ряда непрерывных функций является непрерывная функция, то ряд сходится равномерно
* Если ряд сходится равномерно, то его частичные суммы равномерно ограничены (+)
* Если сумма сходящегося ряда дифференцируемая, то элементами ряда являются дифференцируемые функции

**Вопрос 16**

**Тип вопроса:** множественный выбор

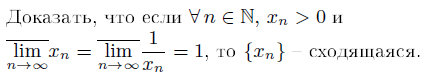
**Формулировка вопроса:**

Выберите верные утверждения:

**Варианты ответов**:

* Если функциональный ряд дифференцируемых функций сходится к недифференцируемой функции на данном отрезке, то ряд не обладает равномерной сходимостью (+)
* Если функциональный ряд непрерывных функций не сходится равномерно на данном отрезке, то сумма ряда не является непрерывной
* Если функциональный ряд дифференцируемых функций не сходится равномерно на данном отрезке, то сумма ряда не является дифференцируемой функцией
* Если функциональный ряд непрерывных функций сходится к разрывной функции, то ряд не обладает равномерной сходимостью (+)

***Пример на проверку У1(ОПК-1) умения проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;***



***Примерна проверку У1(ОПК-1) умения решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления***

Существует ли , где n– натуральное число. Ответ обосновать.

***Образец вариантов заданий, выносимых на зачет для оценки компетенций ОПК-1, ОК-7***

Семестр 1

|  |  |
| --- | --- |
| 1.  1. Найти предел  2. Найти ; | 2.  1. Доказать, что  не существует.  2. Разложить по формуле Тейлора функцию  в окрестности точки  до . |
| 3.  1. Доказать, что последовательность сходится    2. Найти предел . | 4.  1.  2. 2. Найти ; |
| 5.  1.  2. Найти ; | 6.  1. При каких значениях  и  функция является бесконечно малой при ?  2. Найти точки разрыва функции и установить их род . |
| 7.  1. При каких значениях  и  функция является бесконечно малой при ?  2. Исследовать на дифференцируемость функцию | 8.  1.  2. Найти |
| 9.  1.  2. Найти асимптоты графика функции | 10.  1.  2. Найти |

***Образец экзаменационного билета на оценивание З1(ОК7), У1(ОПК-1)***

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского

Институт Информационных технологий, математики и механики

Кафедра Дифференциальных уравнений, математического и численного анализа

#### Дисциплина Математический анализ

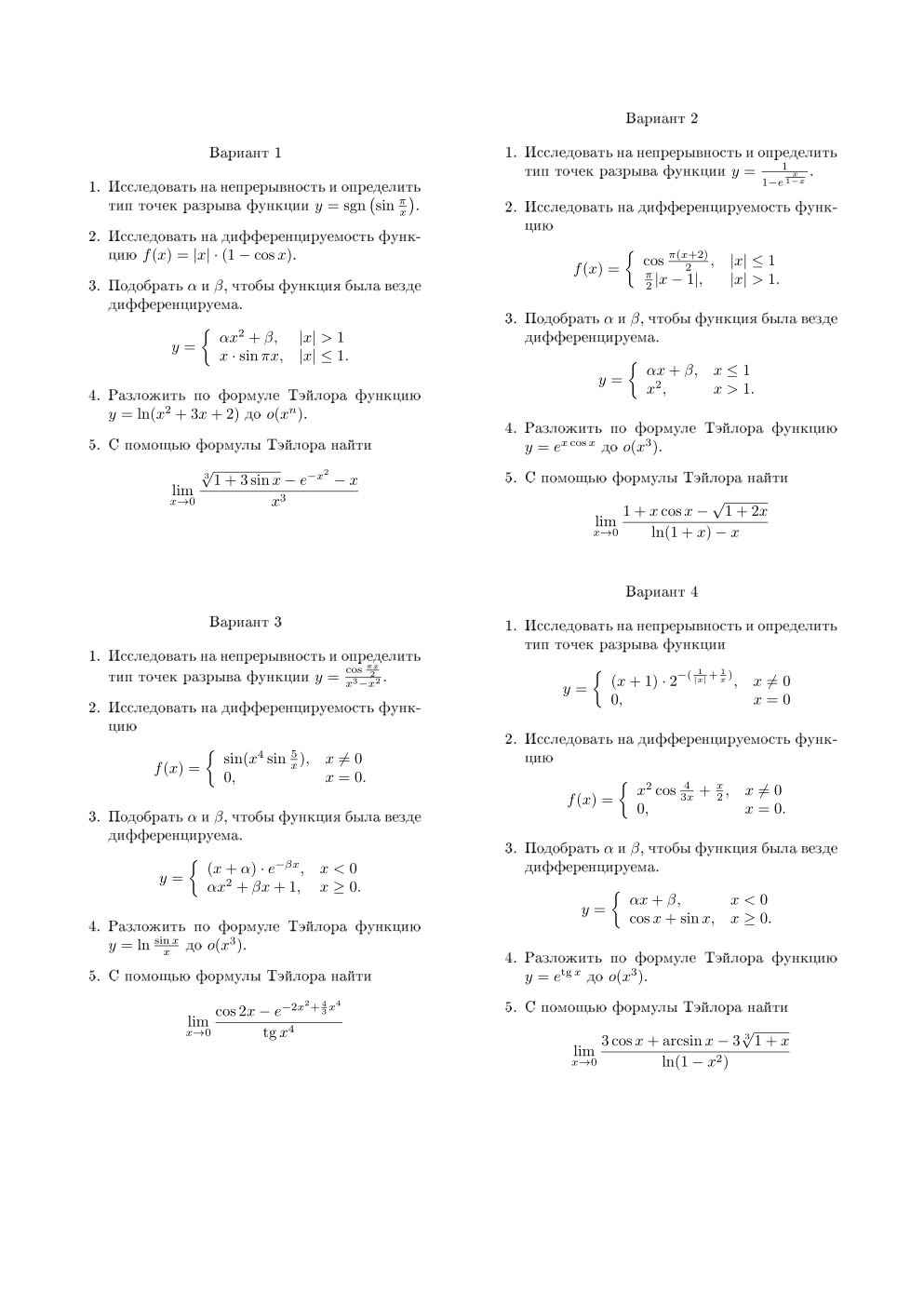
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

* Числовой ряд, его свойства. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости числового ряда. Критерий сходимости положительного ряда.
* Среднеквадратичный предел. Определение, свойства. Соотношение между равномерной и среднеквадратичной сходимостью.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Экзаменатор\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

***Образец варианта контрольной работы для оценки умений компетенции ОПК-1***



**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ. <http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf>

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) Основная литература:

1.Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: / М; СПб.:Физматлит: Невский диалект, 2002 – 728 с.(247 экз.)

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб.пособие. М.: АСТ Астрель, 2010 .558 с. (252 экз.)

3. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу / М.И.Т.(в 3 т), 2003 – 472 с. (116 экз.)

4. Графики функций: учебно-метод. пособие. Сост. Т.П.Киселева, И.И.Олюнина. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. - 43с. <http://www.unn.ru/books/resources.html>

5. Числовые ряды. Учебно-методическое пособие. Составители: Киселева Т.П., Трубачева А.Л. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. - 32с. <http://www.unn.ru/books/resources.html>

6.Калашников А.Л., Фокина В.И. Задачи по методам вычислений. Численное интегрирование. Учебно – методическая разработка. Н.Новгород, ННГУ, 1997.

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

б) Дополнительная литература

1. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I / М.:, 2009. — 648 с. (105 экз.).

2. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II: / М.:, 2009. – - 464 с. (112 экз.)

3. Контрольные задачи на функциональные последовательности и ряды, интеграл и ряды Фурье. Практикум. Составители: Калашников А.Л., Федоткин А.М.., Фокина В.Н. – Н. Новгород, Нижегородский госуниверситет, 2011. – 22с. – Фонд эле… ННГУ, рег. № 383.11.0. –URL:. http://www.unn.ru/books/resources.html

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

<http://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1660>

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет».

Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Авторы:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ к.ф.-м.н., доцент Кротов Н.В.,

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_к.ф.-м.н. Кузенков О.А.,

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_к.ф-м.н. Е.А. Рябова ,

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_асс. Сизова Н.А.

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ДУМиЧА\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Д.В. Баландин

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от 29 августа 2017года, протокол № 20.

.