МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

_____ В.П. Гергель

«____»_____2019

Рабочая программа дисциплины

Алгебра и геометрия
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Инженерия программного обеспечения
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2019 год

Лист актуализации

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ _____ 2019 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2019-2020 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20___ г. № __
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ __ _____ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ _____ 20___ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20___ г. № __
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ _____ 20___ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20___ г. № __
Зав. кафедрой _____

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части,

Б1.О.06 Алгебра и геометрия

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине****	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	*УК-1-2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности*	*Уметь воспринимать, обобщать и анализировать информацию*	*собеседование*
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	***ОПК-1.1.: Знает** основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и основную терминологию*	*Знать основные определения и утверждения теории классических алгебраических систем (полугруппа, группа, кольцо, поле): основы теории многочленов; основные понятия и факты, относящиеся к линейным, евклидовым, унитарным пространствам, линейным преобразованиям, билинейным функциям и квадратичным формам; понятия и факты аналитической геометрии (системы координат, прямые, плоскости, кривые и поверхности второго порядка); основы теории групп, колец (идеалы, разбиение на смежные классы), конечных полей*	*собеседование*
	***ОПК-1.2: Умеет** осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты*	*Уметь решать элементарные задачи теории чисел(алгоритм Евклида, линейные сравнения), задачи с многочленами (отделение кратных множителей, отделение вещественных корней, нахождение интерполяционного многочлена), задачи линейной алгебры*	*задачи*

		(матричная алгебра, общее решение систем линейных уравнений, сумма и пересечение подпространств, определители, задача на собственные числа и собственные вектора, приведение квадратичной формы к каноническому виду, приведение квадратичной формы к диагональному виду ортогональным преобразованием, нахождение жордановой формы и жорданова базиса линейного преобразования комплексного пространства); решать задачи аналитической геометрии (параметрические и общие уравнения, пересечение прямых и плоскостей, нахождение расстояний и углов)	

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	**12 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**432**
в том числе	
контактная работа: **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**198** **96** **96** **6**
самостоятельная работа	**162**
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	**72**
В том числе:	
1 семестр	
Общая трудоемкость	**6 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**216**
в том числе	
контактная работа: **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**99** **48** **48** **3**
самостоятельная работа	**81**
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	**36**

2 семестр	
Общая трудоемкость	**6 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**216**
в том числе	
контактная работа: **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**99** **48** **48** **3**
самостоятельная работа	**81**
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	**36**

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины ,	**Всего (часы)**	**В том числе**				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				**Самостоятельная работа обучающегося, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего**	
1 семестр						
Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы. Решение алгебраических уравнений малых степеней.	17	4	4		8	9
Многочлены. Делимость в кольце многочленов. НОД. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Выделение кратных множителей. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Интерполяционный многочлен. Симметрические многочлены и их выражение через элементарные. Теорема Штурма. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел.	22	7	6		13	9

Критерий Эйзенштейна.						
Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	12	1	2		3	9
Матрицы и определители матриц. Связь элементарных преобразований строк и столбцов с умножением матриц. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Правило Крамера. Обратная матрица. LU-разложение. Решение матричных уравнений. Формула Бине–Коши.	23	7	7		14	9
Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис. Координаты вектора в базисе. Аффинная система координат. Деление отрезка в заданном отношении. Центр тяжести системы материальных точек. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Различные уравнения прямых и плоскостей.	19	5	5		10	9
Линейное (векторное) пространство над полем. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изменение координат при замене базиса. Изоморфизм линейных пространств.	29	10	10		20	9
Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.	19	5	5		10	9
Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.	13	2	2		4	9
Линейные преобразования. Ядро, образ, ранг, дефект линейного преобразования. Матрица преобразования.	23	7	7		14	9

Изменение матрицы при изменении базиса. Подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог.						
Текущий контроль (КСР)	3				3	
Промежуточная аттестация – Зачет, экзамен	36					
Итого 1 семестр	216	48		48	99	81
2 семестр						
Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведениия через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы. Изоморфизм унитарных пространств. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальные решения систем линейных уравнений. Объем системы векторов. Свойства матрицы Грама. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.	29	10	10		20	9
Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат. Векторное произведение.	17	4	4		8	9

Его свойства, выражение через координаты. Смешанное произведение.						
Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.	27	9	9		18	9
Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением. Приведение квадратичной формы к главным осям. Одновременное приведение пары квадратичных форм к каноническому виду.	25	8	8		16	9
Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го	29	5	5		10	9

порядка.						
Матрицы над кольцом многочленов. Критерий подобия числовых матриц. Жорданова форма матрицы. Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы. Функции от матриц. Нахождение жорданова базиса.	17	4	4		8	9
Группы. Теорема Кэли. Циклические группы и их подгруппы. Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами.	17	4	4		8	9
Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами.	13	2	2		4	9
Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.	13	2	2		4	9
Текущий контроль (КСР)	3				3	
Промежуточная аттестация – Зачет, экзамен	36					
Итого 2 семестр	216	48		48	99	81

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

- Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка домашних заданий к практическим занятиям;
- выполнение индивидуальных заданий;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
	Не зачтено		зачтено				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения,решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворитель-но	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

(Вопросы 1-18 по 1 семестру, 19-45 – по 2 семестру)

Вопросы	*Код формируемой компетенции*
1) Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа, формулы Муавра.	*УК-1*
2) Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера.	*УК-1*
3) Наибольший общий делитель. Расширенный алгоритм Евклида.	*УК-1*
4) Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа и в форме Ньютона.	*ОПК-1*
5) Отделение кратных множителей.	*ОПК-1*
6) Основная теорема алгебры и ее следствия.	*УК-1*
7) Разложение многочлена в произведение неприводимых над полями вещественных и комплексных чисел.	*ОПК-1*
8) Разложение многочлена в произведение неприводимых над полем рациональных чисел. Рациональные корни. Критерий Эйзенштейна.	*ОПК-1*
9) Отделение вещественных корней, теорема Штурма, линейная оболочка системы векторов.	*ОПК-1*

10) Детерминант (определитель) матрицы, его свойства.	*ОПК-1*
11) Теорема Лапласа.	*УК-1*
12) Обратная матрица. Правило Крамера.	*ОПК-1*
13) Формула Бине-Коши.	*ОПК-1*
14) Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	*ОПК-1*
15) Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и независимость. Теорема о замене. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Матрица перехода от базиса к базису.	*ОПК-1*
16) Изоморфизм линейных пространств.	*ОПК-1*
17) Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.	*ОПК-1*
18) Сумма подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.	*ОПК-1*
19) Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведениия через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах.	*УК-1*
20) Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы. Изоморфизм унитарных пространств.	*ОПК-1*
21) Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальные решения систем линейных уравнений.	*ОПК-1*
22) Объем системы векторов. Свойства матрицы Грама. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.	*ОПК-1*
23) Ядро, образ, ранг, дефект линейного преобразования. Матрица преобразования. Изменение матрицы при изменении базиса. Подобие матриц.	*ОПК-1*
24) Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог.	*УК-1*
25) Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения.	*ОПК-1*
26) Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.	*ОПК-1*
27) Унитарные и ортогональные преобразования.	*ОПК-1*
28) Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.	*ОПК-1*
29) Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса.	*ОПК-1*
30) Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции.	*ОПК-1*
31) Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением. Приведение квадратичной формы к главным осям. Одновременное приведение пары квадратичных форм к каноническому виду.	*ОПК-1*
32) Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.	*ОПК-1*
33) Цилиндрические и конические поверхности. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости.	*ОПК-1*
34) Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.	*ОПК-1*
35) Матрицы над кольцом многочленов. Критерий подобия числовых матриц.	*ОПК-1*
36) Жорданова форма матрицы.	*ОПК-1*
37) Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы.	*ОПК-1*
38) Функции от матриц. Нахождение жорданова базиса.	*ОПК-1*
39) Группы. Теорема Кэли.	*УК-1*
40) Циклические группы и их подгруппы.	*ОПК-1*
41) Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа.	*ОПК-1*
42) Нормальный делитель. Фактор-группа.	*ОПК-1*
43) Гомоморфизм групп. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами.	*ОПК-1*
44) Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами.	*ОПК-1*
45) Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.	*УК-1*

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

<u>Задача 1</u> Найти комплексные корни уравнения и сделать проверку: $ix^2+(-1+i)x+(17+6i)=0$.

<u>Задача 2</u> Представить дробь в виде суммы дробей: $\frac{1}{(x-1)(x+2)(x-7)(x+9)}$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. https://e.lanbook.com/book/397#book_name
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре.https://e.lanbook.com/book/529#authors
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре.https://e.lanbook.com/book/399#book_name
4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. https://e.lanbook.com/book/48199#book_name
5. Винберг Э.Б. Курс алгебры. https://e.lanbook.com/book/56396#authors
6. Чирков А.Ю., Киселева Л.Г., Веселов С.И., Золотых Н.Ю., Шевчук Е.А., Сидоров С.В.ЗАДАЧИ ПО АЛГЕБРЕ (ЧАСТЬ 2) Учебно-методическое пособие. Фонд электронных изданий ННГУ (№1085.15.06) http://www.unn.ru/books/met_files/Determinants.pdf

б) дополнительная литература:

7. Ильин В. А., Ким Г. Д. - Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учеб. для студентов ун-тов и техн. вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика". - М.: Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 400 с. (85 экз.)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор (ы) _____ к.ф.-м.н. С.И. Веселов

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой_____ д.ф.-м. н. М.И. Кузнецов