

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Матросов В.В.

« 29 » июня 2020 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Математическая логика и теория  
алгоритмов

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования  
Специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность  
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных  
систем»

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы  
Системы подвижной цифровой защищенной связи

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

Специалист

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

Очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2018

## 1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины, модули» ОПОП по специальности 10.05.02 "Информационная безопасность телекоммуникационных систем". Дисциплина обязательна для освоения в 3 семестре.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов», согласно ФГОС ВО, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплины «Дискретная математика».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся понятийного аппарата в области теории множеств, студенты владеют основами алгебры логики.

**Целями освоения дисциплины являются:**

- знакомство с принципами построения формальных теорий, исключающими возможность возникновения противоречий;
- совершенствование умения правильно рассуждать, правильно делать умозаключения и выводы, получая в результате истинные высказывания;
- овладение приемами вывода теорем из аксиом или ранее доказанных утверждений (на примерах исчисления высказываний и исчисления предикатов), определения тождественной истинности формул;
- знакомство с тремя универсальными алгоритмическими моделями (рекурсивные функции, машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова), умение с их помощью реализовывать простейшие алгоритмические задачи.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
<i>ПК-2:</i>  Способность формулировать задачи, планировать и проводить исследования, в том числе эксперименты и математическое моделирование, объектов, явлений и процессов телекоммуникационных систем,	<i>З1 (ПК-2): Знать</i> и понимать современный математический аппарат, методы его совершенствования. <i>У1 (ПК-2): Уметь</i> формулировать задачи, планировать и проводить исследования, в том числе математическое моделирование. <i>В1 (ПК-2): Владеть</i> опытом применения соответствующего математического аппарата для решения задач математического моделирования.

включая обработку и оценку достоверности их результатов.  Уровень освоения – начальный.	
---	--

Окончательное завершение формирования компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины, происходит после сдачи экзамена по этой дисциплине.

### 3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часа, из которых 50 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа занятия лекционного типа, 16 часов занятия семинарского типа в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости, 2 часа – мероприятия промежуточной аттестации), 94 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

#### Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Введение (принципы построения формальных теорий).	14	2			2	12
Тема 2. Исчисление высказываний.	39	9	6		15	24
Тема 3. Исчисление предикатов.	35	8	5		13	22
Тема 4. Теория алгоритмов.	40	11	5		16	24
Тема 5. Формальные теории 1-го порядка.	14	2			2	12
В т.ч.текущий контроль	2		2		2	
Промежуточная аттестация: экзамен						

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

#### **4. Образовательные технологии**

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме практических занятий.

##### **Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций**

###### ***используемые на занятиях лекционного типа:***

- лекции с проблемным изложением учебного материала;
- лекции с детальным объяснением нового материала и его связи с уже пройденным материалом;

###### ***используемые на занятиях практического типа:***

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;
- частично-поисковая деятельность при решении задач повышенной сложности,
- текущий контроль знаний студентов с помощью контрольной работы.

**На лекциях** раскрываются следующие основные темы изучаемого курса, которые входят в рабочую программу: основные равносильности (законы) логики высказываний; определение формальной теории; аксиомы исчисления высказываний; основные и производные правила вывода исчисления высказываний; определение предиката, свободные и связанные переменные; основные равносильности (законы) логики предикатов; аксиомы исчисления предикатов; основные правила вывода исчисления предикатов; производные правила вывода в исчислении предикатов: правила переименования связанных переменных, правило связывания квантором; теоремы об общезначимых формулах в исчислении высказываний и в исчислении предикатов; примитивно рекурсивные функции: базовые функции и элементарные операции; определение и примеры примитивно рекурсивных функций; ограниченный и неограниченный операторы минимизации; определения общерекурсивных и частично рекурсивных функций; определение и способы задания машины Тьюринга; определение нормального алгоритма Маркова и порядок его работы; тезисы Черча, Тьюринга и Маркова о вычислимых функциях; теорема Райса и ее смысл.

**На практических занятиях** более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Формулы логики высказываний. Правильность рассуждений.
2. Исчисление высказываний: правила вывода и доказуемость формул.
3. Алгоритмы Квайна и резолюций проверки общезначимости формул исчисления высказываний.
4. Логические и кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов.
5. Выполнимость и общезначимость в логике предикатов. Нормальные формы. Вывод формул из аксиом исчисления предикатов.
6. Рекурсивные функции.
7. Построение программ для машин Тьюринга.
8. Нормальные алгоритмы Маркова.

Формой **итогового контроля** знаний студентов по дисциплине является **экзамен**, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

## 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

**Самостоятельная работа** студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольной работе по теме “Математическая логика”, а также подготовку к экзамену по указанной дисциплине. При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что данная дисциплина тесно связана с ранее изучаемой дисциплиной “Дискретная математика”.

**Цель самостоятельной работы** - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

**На семинарских занятиях** студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументировано их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;
- 4) тщательно изучить лекционный материал.

## 6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

- 6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ПК-2: способность формулировать задачи, планировать и проводить исследования, в том числе эксперименты и математическое моделирование, объектов, явлений и процессов телекоммуникационных систем, включая обработку и оценку достоверности их результатов.

Индикаторы Компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> Знать и понимать современный математический аппарат, методы его совершенствования	Полное отсутствие знаний и понимания аппарата математической логики и теории алгоритмов	Знание основного аппарата математической логики и теории алгоритмов с рядом грубых ошибок,	Знание и понимание основного аппарата математической логики и теории алгоритмов с рядом негрубых ошибок	Знание и понимание основного аппарата математической логики и теории алгоритмов с рядом заметных погрешностей	Знание и понимание основного аппарата математической логики и теории алгоритмов	Знание и понимание основного аппарата математической логики и теории алгоритмов без	Знание и понимание основного и дополнительного аппарата математической логики и теории алгоритмов

я.		отсутств ие пониман ия этого аппарата		тей	незначит ельными погрешн остями	ошибок и погрешн остей	ов без ошибок и погрешн остей
<u>Умения</u> <i>Уметь</i> применят ь соответст вующий математи ческий аппарат для решения професси ональных задач.	Полное отсутствие умения применять аппарат математич еской логики и теории алгоритмо в.	Отсутств ие умения применят ь аппарат математи ческой логики и теории алгоритм ов.	Умение применять отдельные элементы аппарата математич еской логики и теории алгоритмо в, но с существен ными ошибками.	Умение применять отдельные элементы аппарата математич еской логики и теории алгоритмо в при наличии незначител ьных ошибок.	Умение применят ь аппарат математи ческой логики и теории алгоритм ов для решения поставле нных задач при наличии незначит ельных ошибок.	Умение безошибо чно применят ь аппарат математи ческой логики и теории алгоритм ов для решения професси ональных задач.	Умение выбират ь оптималь ный аппарат математи ческой логики и теории алгоритм ов и применя ть его для решения професс иональн ых задач.
<u>Навыки</u> <i>Владеть</i> опытом применени я соответст вующего математи ческого аппарата для решения професси ональных задач.	Полное отсутствие навыков применени я аппарата математич еской логики и теории алгоритмо в.	Отсутств ие навыков применени я аппарата математи ческой логики и теории алгоритм ов.	Наличие минимальн ых навыков применени я аппарата математич еской логики и теории алгоритмо в.	Посредств енное владение навыками применени я аппарата математич еской логики и теории алгоритмо в.	Достаточ ное владение навыкам и применени я аппарата математи ческой логики и теории алгоритм ов.	Хорошее владение навыкам и применени я аппарата математи ческой логики и теории алгоритм ов.	Всесторо нное владение навыкам и примене ния аппарата математи ческой логики и теории алгоритм ов.
Шкала оценок по проценту правильно выполнен ных контрольн ых заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

## 6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала;
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен проводится в устной форме и заключается в ответе студентом после предварительной подготовки на теоретические вопросы курса и решением практической задачи с последующим его обоснованием. По окончании ответа на вопросы билета в рамках тематики курса проводится собеседование в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий подход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях.  100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий
Отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше
Очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, формулировке теорем и т.п. Студент активно работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.
Хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, формулировке теорем и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях.

	Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.
Удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки при решении практических задач, но при ответах на наводящие вопросы может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.

### 6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих сформированность компетенций

**Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:**

- устные и письменные опросы.

**Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:**

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач (вопросов).

**Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:**

- письменные и устные ответы на теоретические вопросы,  
- решение практических задач.

### 6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**Список экзаменационных вопросов по теории (для оценки сформированности знаний компетенции ПК-2)**



1. Понятие высказывания. Логические связки. Формулы логики высказываний.
2. Равносильность формул логики высказываний. Основные равносильности.
3. Тавтологически-истинные формулы логики высказываний. Важнейшие тавтологии. Правильные рассуждения. Утверждение о правильности рассуждения по схеме  $(P_1, \dots, P_n) \Rightarrow Q$ .
4. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения.
5. Определение и виды формальных теорий.
6. Язык, системы аксиом и основные правила вывода исчисления высказываний.
7. Производные правила вывода в исчислении высказываний: выводимость  $A \rightarrow A$ , правило введения импликации, транзитивность выводимости.
8. Производные правила вывода в исчислении высказываний: теорема дедукции (без доказательства), правило силлогизма, правило введения отрицания.
9. Лемма для теоремы об общезначимых формулах исчисления высказываний.
10. Теорема об общезначимых формулах в исчислении высказываний.
11. Метод резолюций в исчислении высказываний.
12. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.
13. Определение предиката. Область определения, множество истинности предиката. Операции над предикатами, кванторы существования и всеобщности.
14. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные.
15. Равносильность формул в логике предикатов и в различных интерпретациях. Основные равносильности: перестановка кванторов и переименование связанных переменных.
16. Правила переноса квантора через отрицание в формулах логики предикатов.
17. Правила выноса квантора за скобки в формулах логики предикатов.
18. Нормальные формы логики предикатов. Теорема о предваренной нормальной форме.
19. Выполнимость и общезначимость для предикатов. Основные общезначимые формулы в логике предикатов.
20. Теоремы об общезначимости и выполнимости в логике предикатов. Проблема разрешимости в общем случае (теорема Черча) и для формул, содержащих только одноместные предикатные символы.
21. Язык, система аксиом и основные правила вывода исчисления предикатов.
22. Производные правила вывода в исчислении предикатов: правила переименования связанных переменных, правило связывания квантором.
23. Теорема об общезначимых формулах (доказать необходимость) и теорема о замене эквивалентных подформул в исчислении предикатов (без доказательства).
24. Наиболее важные эквивалентности исчисления предикатов и их применение для построения предваренной нормальной формы.
25. Проблемы аксиоматического исчисления предикатов.
26. Формализация понятия алгоритма.
27. Понятие рекурсивных функций. Прimitивно рекурсивные функции: базовые функции и элементарные операции.
28. Примеры простейших примитивно рекурсивных функций.
29. Теорема о примитивной рекурсивности суммы и произведения примитивно рекурсивных функций (без доказательства). Примитивная рекурсивность функций "частное от деления  $x$  на  $y$ ", "остаток от деления  $x$  на  $y$ ", "признак деления  $x$  на  $y$ ".
30. Ограниченный оператор минимизации и его применения. Теорема Робинсона об одноместных примитивно рекурсивных функциях (без доказательства).

31. Неограниченный оператор минимизации. Частично рекурсивные функции. Тезис Черча о вычислимых функциях.
32. Общерекурсивные функции. Функция Аккермана. Теорема Аккермана (без доказательства).
33. Словарные функции. Определение машины Тьюринга.
34. Способы задания машин Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Реализация на машине Тьюринга программы “перенос нуля”.
35. Неприменимость машины Тьюринга к исходной информации (привести пример). Тезис Тьюринга. Теорема о соответствии между частично рекурсивными функциями и функциями, вычислимыми по Тьюрингу (без доказательства).
36. Определение нормального алгоритма Маркова и порядок его работы.
37. Пример работы нормального алгоритма Маркова. Отличия нормальных алгоритмов Маркова от машин Тьюринга. Тезис Маркова. Теорема об эквивалентности машин Тьюринга и нормальных алгоритмов Маркова (без доказательства).
38. Сравнительный анализ трех типов алгоритмических моделей. Оценка сложности алгоритма.
39. Алгоритмически неразрешимые проблемы: проблема остановки машины Тьюринга, проблема ее самоприменимости, проблема эквивалентности слов в ассоциативном исчислении. Теорема Райса (без доказательства) и ее смысл.
40. Особенности прикладных исчислений. Аксиомы для равенства. Теоремы о рефлексивности, симметричности и транзитивности отношения равенства в теории с равенством (без доказательства). Формальная арифметика: ее аксиомы и их смысл. Теоремы Геделя о неполноте (без доказательства) и их смысл.

**Примеры практических заданий для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ПК-2)**

1. С помощью алгоритма Квайна проверьте тождественную истинность формулы
 
$$A(x, y, z) = (x \& y \rightarrow z) \rightarrow (y \rightarrow (x \rightarrow z))$$
2. Проверить на противоречивость множество дизъюнктов:
 
$$\Gamma = \{\bar{C} \vee \bar{D} \vee E, \bar{E} \vee F, C \vee D, F \vee \bar{D}, \bar{F}\}.$$
3. Методом резолюций проверить выводимость:
 
$$\Gamma = \{\bar{A} \rightarrow (B \vee \bar{C}), A \vee D, B \rightarrow \bar{C} \& \bar{D}\} \vdash C \rightarrow A.$$
4. Используя алгоритм редукции, проверьте правильность рассуждения:  
Военные учения имеет смысл проводить в начале месяца, только если в это время приедет начальство или будет хорошая погода. Если будет хорошая погода, то начальство приедет. Следовательно, если погода будет плохая, то нет смысла проводить учения в начале месяца.
5. Приведите к предваренной нормальной форме формулу
 
$$(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)).$$
6. Является ли тождественно истинной следующая формула логики предикатов:
 
$$\exists x (\bar{P}(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)) \sim \forall x (P(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)) \quad ?$$
7. Доказать, что примитивно рекурсивными являются функции  $[x/2]$ ,  $[x\sqrt{2}]$  и  $[\log_k x]$ .
8. Доказать, что функция  $\tau(x)$  - число делителей числа  $x$ , где  $\tau(0) = 0$ , является примитивно рекурсивной.

9. Построить машину Тьюринга для вычисления функции вычисления функции  $x + y$ , т.е.  $0q_11^x01^y0 \Rightarrow q_001^{x+y}0$ .

10. Составьте протокол работы нормального алгоритма Маркова  $N$ , работающего над алфавитом  $A = \{0, 1\}$  в алфавите  $B = A \cup \{\Theta, \Delta\}$ . Исходное слово  $\alpha_0 = 011$ . Функциональная схема алгоритма (список подстановок) имеет вид:

Для какого действия составлен этот алгоритм?

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta 1 \rightarrow 1\Theta, \\ \Theta 0 \rightarrow 0\Theta, \\ \Theta \rightarrow \Delta, \\ 1\Delta \rightarrow \Delta 0, \\ 0\Delta \Rightarrow 1, \\ \Delta \Rightarrow 1 \\ \lambda \rightarrow \Theta. \end{array} \right.$$

### 6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.

б) дополнительная литература:

1. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов: Учеб. пособие. - Омск: Наследие. Диалог-Сибирь, 2003. – 108 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

<http://www.intuit.ru/studies/courses/13859/1256/info>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для обучения студентов названной дисциплине имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет; присутствует полный комплект лицензионного обеспечения, необходимый для работы компьютерных программ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Автор \_\_\_\_\_ Павлов И.С.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_ Демин И.Ю.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от «25» июня 2020 года, протокол № 03/20.