

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал

Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол № 6 от 31.05.2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

(наименование дисциплины)

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математика и Физика

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Год начала подготовки 2020

Арзамас

2023 год

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.06.01 «Математический анализ» относится к обязательной части образовательной программы направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профили) Математика и Физика.

Дисциплина предназначена для освоения студентами очной формы обучения в 1-4 семестрах первого и второго курсов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине (дескрипторы компетенции) **	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач. ИУК 1.2 Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к профессиональной области. ИУК 1.3 Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач.	<i>Знать основные разделы математического анализа, классические факты, утверждения и методы дифференциального и интегрального исчисления</i>	<i>Вопросы для опроса, для коллоквиума</i>
		<i>Уметь формулировать и доказывать основные результаты теории дифференциального и интегрального исчисления</i>	<i>Тестирование, контрольная работа</i>
		<i>Владеть навыками решения практических задач с использованием методов математического анализа</i>	<i>Тестирование, контрольная работа</i>
ПКР-4 Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	ИПКР 4.1 Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. ИПКР 4.2 Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний. ИПКР 4.3 Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.	<i>Знать основы теории дифференциального и интегрального исчисления, их связь со школьным курсом математики</i>	<i>Вопросы для опроса, для коллоквиума</i>
		<i>Уметь решать типовые задачи по математическому анализу</i>	<i>Тестирование, контрольная работа</i>
		<i>Владеть базовыми идеями и методами математического анализа: дифференциального и интегрального исчисления</i>	<i>Тестирование, контрольная работа</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Трудоемкость	очная форма обучения
Общая трудоемкость	16 з.е.
часов по учебному плану, из них	576
Контактная работа , в том числе:	268
аудиторные занятия:	262
– занятия лекционного типа	148
– занятия семинарского типа	114
контроль самостоятельной работы	6
промежуточная аттестация	144
зачет, экзамен,	
Самостоятельная работа	164

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов (Р) или тем (Т) дисциплины (модуля), Форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них								Самостоятельная работа обучающегося, часы, в период			
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа (в т.ч. текущий контроль успеваемости)				Контроль самостоятельной работы		промежуточной аттестации (контроля)		теоретического обучения	
					семинары, практические занятия		лабораторные работы							
	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная
I. Введение в анализ														
Тема 1. Вещественные числа.	13		4		2								7	
Тема 2. Верхняя и нижние грани. Свойства.	13		4		2								7	
Тема 3. Функции. Основные понятия. Свойства.	13		4		2								7	
Тема 4. Предел числовой последовательности.	13		4		2								7	
Тема 5. Предел функции.	14		4		2								8	
Тема 6. Сравнение бесконечно малых.	13		4		2								7	
Тема 7. Непрерывность.	13		4		2								7	
Тема 8. Свойства непрерывных функций на отрезке. Элементарные функции и их свойства.	15		6		2								7	
В том числе текущий контроль	1								1					

мощью рядов.													
В том числе текущий контроль	2							2					
Экзамен	54									54			
IV. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных.													
Тема 25. Функции нескольких переменных.	11		4		4							3	
Тема 26. Дифференцируемые функции нескольких переменных.	11		4		4							3	
Тема 27. Частные производные и дифференциалы высших порядков.	11		4		4							3	
Тема 28. Экстремум функции нескольких переменных.	11		4		4							3	
Тема 29. Двойной и тройной интегралы.	11		4		4							3	
Тема 30. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле.	11		4		4							3	
Тема 31. Двойной интеграл в полярных координатах. Кубируемые тела и их объемы. Понятие тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле.	11		4		4							3	
Тема 32. Некоторые применения кратных интегралов. Криволинейные интегралы.	11		4		4							3	
В том числе текущий контроль	2							2					
Экзамен	54									54			
ИТОГО	576		148		114			6		144		164	

4. Учебно-методические обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является важнейшей составной частью учебного процесса и обязанностью каждого студента.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс Математический анализ,

для 1 курса: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=8375>,

для 2 курса: <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=9291>

созданный в системе электронного обучения ННГУ – <https://e-learning.unn.ru/>.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Математический анализ» осуществляется в следующих видах: подготовка к опросам, коллоквиумам, контрольным работам, зачету и экзаменам.

Методические рекомендации к самостоятельной работе

Подготовка к опросам

Подготовка к опросу, проводимому в рамках практического занятия, требует уяснения вопросов, вынесенных на конкретное занятие, повторения основных терминов, запоминания формул и алгоритмов. Она включает в себя ознакомление с темой практического занятия, изу-

чение теоретического материала в соответствии с темой по конспекту лекций, изучение соответствующих разделов учебников и учебных пособий, поиск дополнительного материала в сети Интернет.

Методические рекомендации:

- 1) выписать определения, формулы и запомнить их;
- 2) изучить алгоритмы решения и рекомендации по решению конкретных задач, представленные в конспекте лекций;
- 3) рассмотреть примеры, представленные в конспекте лекций, понять ход решения;
- 4) записать возникшие во время самостоятельной работы с конспектом и учебной литературой вопросы, чтобы затем на практическом занятии получить на них ответы;
- 5) обращаться за консультацией к преподавателю при возникновении затруднений в освоении материала.

Подготовка к контрольным работам

Контрольные работы являются традиционным оценочным средством, применяемым при обучении математическим дисциплинам. Целью контрольных работ является проверка умений и навыков использования формул и алгоритмов, как в стандартных, так и нестандартных задачных ситуациях.

Методические рекомендации

1. На практическом занятии, предшествующем контрольной работе, со слов преподавателя запишите виды заданий, которые войдут в работу и критерии их оценки, временной регламент работы. Задайте уточняющие вопросы преподавателю, если они есть.
2. Повторите формулы и алгоритмы решения по тетради для практических занятий.
3. Разберите решение основных типов заданий по указанным видам, используя тетрадь для практических работ.
4. Изучите конспекты лекций по указанному кругу вопросов.
5. Разберите непонятные Вам вопросы со студентами Вашей группы. Если остались вопросы, разберите их с преподавателем.
6. Решите примеры указанных видов, из рекомендованных учебных пособий.

**Методические рекомендации
по подготовке к коллоквиуму, зачету, экзамену**

Для допуска к зачету и экзамену необходимо написать предусмотренные планом контрольные работы на положительные оценки, то есть «удовлетворительно» или выше.

Зачет или экзамен проводится в традиционной форме (ответ на вопросы экзаменационного билета) с учетом оценок за коллоквиум и контрольную(ые) работу(ы).

Подготовка к коллоквиуму, зачету, экзамену начинается с первого занятия по дисциплине. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь требованиями, обращаться к преподавателю за консультацией по неусвоенным вопросам.

Для подготовки к сдаче коллоквиума, зачета или экзамена необходимо первоначально прочитать весь лекционный материал, а также соответствующие разделы рекомендуемых изданий. Лучшим вариантом является тот, при котором при подготовке используется несколько источников информации. Это способствует разностороннему восприятию каждой конкретной темы дисциплины.

В обобщённом варианте подготовка к сдаче коллоквиума, зачета, экзамена включает в себя:

- просмотр программы учебной дисциплины, перечня вопросов к коллоквиуму, зачету или экзамену;
- подбор рекомендованных преподавателем источников (учебников, учебных пособий, дополнительной литературы и т.д.),
- использование конспектов лекций, материалов занятий и их изучение;

- консультирование у преподавателя.

Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу

адреса доступа к документам

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

В ходе промежуточной аттестации по дисциплине осуществляется оценка сформированности компонентов компетенций (полнота знаний/ наличие умений/ навыков), т.е. результатов обучения, указанных в таблице п.2 настоящей рабочей программы, на основе оценки усвоения содержания дисциплины.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенции в ходе промежуточной аттестации по дисциплине проводится на основе учета текущей успеваемости в ходе освоения дисциплины и учета результата сдачи промежуточной аттестации.

Выявленные признаки несформированности компонентов (индикаторов) хотя бы одной компетенции не позволяют выставить интегрированную положительную оценку сформированности компетенций и освоения дисциплины на данном этапе обучения.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации, которая вносится в зачетно-экзаменационную ведомость по дисциплине и зачетную книжку студента, осуществляется по следующей оценочной шкале.

Шкала оценки сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Отлично	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент готов самостоятельно решать стандартные и нестандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Хорошо	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент готов самостоятельно решать только различные стандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Удовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
Не зачтено	Неудовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

Шкала оценивания сформированности компетенции

Уровень сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции)				
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем требованиям программы подготовки, без ошибок.
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

5.2 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Критерии оценки тестирования

Оценка «отлично» 80 – 100 % правильных ответов;

Оценка «хорошо» 60 – 79 % правильных ответов;

Оценка «удовлетворительно» 40 – 59% правильных ответов.

Критерии оценки контрольной работы

Оценка «отлично» в работе представлено полностью верное решение всех обязательных задач.

Оценка «хорошо» в работе представлено полностью верное решение $\frac{3}{4}$ обязательных задач.

Оценка «удовлетворительно» в работе представлено полностью верное решение половины обязательных задач.

Оценка «неудовлетворительно» решено меньше половины обязательных задач.

Критерии оценки устного ответа студента при опросе

Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

Критерии оценки устного ответа студента на коллоквиуме/ зачете/ экзамене

Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала, испытывает существенные затруднения при доказательствах или совсем их не проводит.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

Критерии оценки устного ответа студента на зачёте

Оценка «зачтено» выставляется в том случае, если студент представил все основные категории темы без ошибок.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения и для контроля формирования компетенции

Семестр 1

Вопросы для опроса

для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Понятие последовательности.
2. Определение предела последовательности.
3. Предельный переход в равенствах и неравенствах для последовательностей.
4. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
6. Число ε как предел последовательности.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

7. Понятие предела функции.
8. Односторонние пределы.
9. Свойства предела функции.
10. Замена переменной при вычислении предела функции.
11. Понятие непрерывности функции в точке.
12. Точки разрыва функции и их классификация.
13. Замечательные пределы.
14. Эквивалентности бесконечно малых.

Вопросы для коллоквиума

для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Система действительных чисел. Непрерывность множества действительных чисел. Принцип Дедекинда.
2. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Верхняя и нижняя грань множества. Свойства Архимеда действительных чисел. Принцип вложенных отрезков.
3. Понятие функции. Числовая функция действительной переменной. Обратная функция. Композиция функций. Понятие последовательности.
4. Определение предела последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Бесконечные пределы.
5. Свойства сходящихся последовательностей. Предельный переход в равенствах и неравенствах для последовательностей.
6. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.
7. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
8. Предел монотонной последовательности.
9. Число ε как предел последовательности.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

10. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
11. Критерий Коши сходимости последовательностей.
12. Представление действительных чисел десятичными дробями.
13. Понятие предела функции. Эквивалентность различных определений предела функции. Односторонние пределы.
14. Свойства предела функции. Замена переменной при вычислении предела функции. Пределы монотонных функций.
15. Критерий Коши существования предела функции.
16. Понятие непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций непрерывных в точке.
17. Ограниченность функций непрерывных на отрезке. Достижение экстремальных значений (теорема Вейерштрасса).
18. Промежуточные значения непрерывных функций. Теорема Больцано-Коши.
19. Показательная функция и её свойства.
20. Существование и непрерывность обратной функции. Логарифмическая и степенная функции и их свойства.
21. Замечательные пределы.

Типовые задания тестирования

для оценки сформированности компетенций УК-1

ДЕ 1. Введение в анализ

Выберете один верный ответ

1. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2}$

- 1) 4; 2) 3; 3) 5; 4) 0

2. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 6x + 1}{3x^4}$

- 1) 1; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{8}{4}$; 4) $\frac{8}{3}$

3. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right)^2$

- 1) 9; 2) 2; 3) 3; 4) 0

4. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 3x - 4}{2x + 3}$

- 1) 3; 2) 2; 3) 0; 4) 1

5. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$

- 1) 8; 2) 4; 3) 12; 4) 9

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

6. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 5x \cdot \sin 3x$

- 1) $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{5}{3}$; 3) $\frac{8}{5}$; 4) 0

7. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 7x}{\sin 4x}$

- 1) $\frac{7}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{7}{4}$; 4) 0

8. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

- 1) 1; 2) 0; 3) 2; 4) $\frac{1}{2}$

9. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$

- 1) e ; 2) 1; 3) e^2 ; 4) e^5

10. Предел функции равен: $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos x)^{1/x^2}$

- 1) $e^{-1/2}$; 2) 0; 3) $e^{1/2}$; 4) e

**Типовые варианты контрольной работы
для оценки сформированности компетенций ПКР-4**

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x - 3}$ и доказать его существование по определению

(найти $\delta(\varepsilon)$).

2. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя-Бернулли:

2.1 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{2x^2}$;

2.2 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x(x+1)}{3(x^2-1)}$;

2.3 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{7x}$;

2.4 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 5}}{\sqrt{x^3 + 2} + \sqrt{3x^3 + x + 1}}$.

3. Найти точки разрыва функции $y = \begin{cases} x^2, & x < 2; \\ 3^{1/(3-x)}, & x \geq 2. \end{cases}$ и исследовать их характер.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к зачету)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
1	Система действительных чисел. Непрерывность множества действительных чисел. Принцип Дедекинда.	УК-1

2	Ограниченные и неограниченные числовые множества. Верхняя и нижняя грань множества. Свойства Архимеда действительных чисел. Принцип вложенных отрезков.	<i>УК-1</i>
3	Понятие функции. Числовая функция действительной переменной. Обратная функция. Композиция функций. Понятие последовательности.	<i>УК-1</i>
4	Определение предела последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Бесконечные пределы.	<i>УК-1</i>
5	Свойства сходящихся последовательностей. Предельный переход в равенствах и неравенствах для последовательностей.	<i>ПКР-4</i>
6	Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.	<i>ПКР-4</i>
7	Бесконечно малые последовательности и их свойства.	<i>ПКР-4</i>
8	Предел монотонной последовательности.	<i>УК-1</i>
9	Число e как предел последовательности.	<i>ПКР-4</i>
10	Теорема Больцано-Вейерштрасса.	<i>ПКР-4</i>
11	Критерий Коши сходимости последовательностей.	<i>ПКР-4</i>
12	Представление действительных чисел десятичными дробями.	<i>ПКР-4</i>
13	Понятие предела функции. Эквивалентность различных определений предела функции. Односторонние пределы.	<i>УК-1</i>
14	Свойства предела функции. Замена переменной при вычислении предела функции. Пределы монотонных функций.	<i>УК-1</i>
15	Критерий Коши существования предела функции.	<i>ПКР-4</i>
16	Понятие непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций непрерывных в точке.	<i>ПКР-4</i>
17	Ограниченность функций непрерывных на отрезке. Достижение экстремальных значений (теорема Вейерштрасса).	<i>ПКР-4</i>
18	Промежуточные значения непрерывных функций. Теорема Больцано-Коши.	<i>ПКР-4</i>
19	Показательная функция и её свойства.	<i>УК-1</i>
20	Существование и непрерывность обратной функции. Логарифмическая и степенная функции и их свойства.	<i>ПКР-4</i>
21	Замечательные пределы.	<i>УК-1</i>
22	Сравнение функций. Эквивалентные функции. Главная часть функции.	<i>ПКР-4</i>
23	Равномерная непрерывность функции Теорема Кантора.	<i>ПКР-4</i>

Семестр 2

Вопросы для опроса для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Определение производной. Таблица производных.
2. Геометрический и механический смысл производной.
3. Дифференциал и его связь с производной.
4. Правила вычисления производных. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
5. Производная обратной и сложной функции.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Высшие производные для основных элементарных функций (логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрические: синус и косинус).
7. Раскрытие неопределённостей по правилам Лопиталя.
8. Формула Тейлора.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

9. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.
10. Признаки возрастания и убывания функции в точке и на промежутке.
11. Понятия максимума и минимума.
12. Необходимые условия экстремума.
13. Достаточные условия экстремума. Первое и второе правило исследования функции на экстремум.
14. Выпуклые и вогнутые кривые. Необходимое условие выпуклости (вогнутости).
15. Достаточное условие выпуклости (вогнутости) кривой.
16. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия перегиба.
17. Вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты.
18. Общая схема исследования функции.

**Вопросы для коллоквиума
для оценки сформированности компетенций УК-1**

1. Определение производной. Непрерывность функции имеющей производную. Таблица производных.
2. Геометрический и механический смысл производной.
3. Дифференциал и его связь с производной.
4. Правила вычисления производных. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
5. Производная обратной и сложной функции. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Высшие производные для основных элементарных функций (логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрические: синус и косинус).
7. Теорема Ферма.
8. Теорема Ролля.
9. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

10. Теорема Коши.
11. Раскрытие неопределённостей по правилам Лопиталя. (три теоремы)
12. Формула Тейлора.
13. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.
14. Признак постоянства функции на промежутке.
15. Признаки возрастания и убывания функции в точке и на промежутке.
16. Понятия максимума и минимума. Необходимые условия экстремума.
17. Достаточные условия экстремума. Первое и второе правило исследования функции на экстремум.
18. Выпуклые и вогнутые кривые. Необходимое условие выпуклости (вогнутости).
19. Достаточное условие выпуклости (вогнутости) кривой.
20. Точки перегиба. Поведение функции в окрестности точки перегиба.
21. Вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты. Схема исследования функции.

**Типовые задания тестирования
для оценки сформированности компетенций УК-1**

ДЕ 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Выберете один верный ответ

1. Производная y' функции равна: $y = \left(x^2 - \frac{1}{x} + 5\right)^3$
1) $y' = 3\left(x^2 - \frac{1}{x} + 5\right)^2 \cdot \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)$; 2) $y' = 3\left(x^2 - \frac{1}{x} + 5\right)^2$;
3) $y' = \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)$; 4) $y' = 3 \cdot \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^2$
2. Производная y' функции равна: $y = \frac{(x+3)\sqrt{2x-1}}{2x+7}$
1) $\frac{3x^2+5x+2}{(2x+7)^2\sqrt{2x-1}}$; 2) $\frac{2x^2+15x+20}{(2x+7)^2\sqrt{2x-1}}$;
3) $\frac{2x^2+15x+20}{(2x+5)^2\sqrt{3x-1}}$; 4) $\frac{2x^2+10x+20}{(2x+7)^2\sqrt{2x-1}}$

3. Производная y' функции равна: $y = \arcsin e^x - \sqrt{1 - e^{2x}}$

1) $e^x \sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$; 2) $\sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$; 3) $e^x \sqrt{\frac{1-e^x}{1+e^x}}$; 4) $e^{2x} \sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$

4. Производная y' функции равна: $y = \cos^2 \sin 3 + \frac{\sin^2 29x}{29 \cos 58x}$

1) $\frac{\sin 50x}{\cos^2 58x}$; 2) $\frac{\cos 58x}{\sin^2 58x}$; 3) $\frac{\sin 58x}{\cos^2 50x}$; 4) $\frac{\sin 58x}{\cos^2 58x}$

5. Горизонтальная асимптота графика функции $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$:

1) $y = 0$; 2) $y = -1$; 3) $y = 2$; 4) $y = 1$

6. Вертикальная асимптота графика функции $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$:

1) $x = 0$; 2) $x = -1$; 3) $x = 3$; 4) $x = -3$

7. Функция $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$ имеет локальный минимум в точке:

1) $x = 3$; 2) $x = 1$; 3) $x = -3$; 4) $x = 0$

8. Функция $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$ имеет локальный минимум в точке:

1) $x = -4$; 2) $x = -1$; 3) $x = 4$; 4) $x = 0$

9. Функция $y = \sqrt[3]{x(x+6)^2}$ убывает на промежутке:

1) $[2, 6]$; 2) $[-6, -2]$; 3) $(0, +\infty)$; 4) $[-3, 0]$

10. Функция $y = e^{\sqrt{2} \cos x}$ возрастает на промежутке:

1) $[0, \pi]$; 2) $[\pi, 2\pi]$; 3) $(0, 1)$; 4) $[-\pi, 0]$

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

ДЕ 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

Выберите один верный ответ

1. Интеграл $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$ равен:

1) $-x \operatorname{ctg} x + \ln |\sin x| + C$; 2) $-x \operatorname{tg} x + \ln |\sin x| + C$; 3) $-x \operatorname{ctg} x + \ln |\cos x| + C$; 4) $-\operatorname{ctg} x + \ln |\sin x| + C$

2. Интеграл $\int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx$ равен:

1) $\frac{x^3}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$; 2) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + C$; 3) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$; 4) $\frac{x^2}{2} - \ln(x^2 + 1) + C$

3. Интеграл $\int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1}$ равен:

1) $\frac{3\pi}{8}$; 2) $-\frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{\pi}{8}$; 4) $\frac{\pi}{4}$

4. Интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, dx}{2 + \sin x}$ равен:

1) $\frac{\pi(18-4\sqrt{3})}{9}$; 2) $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{9}$; 3) $\frac{\pi(9-2\sqrt{3})}{18}$; 4) $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{18}$

5. Интеграл $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$ равен:

1) 3; 2) 1; 3) 0; 4) 4

6. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = (x-1)^2$, $y^2 = x-1$ равна:

1) 1; 2) 3; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{3}$

7. Объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^3$; $y = \sqrt{x}$ вокруг оси Ox равен:

1) 1; 2) $\frac{5\pi}{7}$; 3) $\frac{5\pi}{14}$; 4) $\frac{3\pi}{14}$

8. Объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^3$; $y = x$ вокруг оси Oy равен:

1) $\frac{8\pi}{15}$; 2) $\frac{3\pi}{18}$; 3) $\frac{5\pi}{14}$; 4) $\frac{\pi}{15}$

9. Длина линии $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ от точки $x=0$ до точки $x=1$ равна:

1) $\frac{1}{4}(e - e^{-1})$; 2) $\frac{1}{2}(e - e^{-1})$; 3) $\frac{1}{2}(e + e^{-1})$; 4) $\frac{1}{2}(e - e^{-2})$

10. Длина линии $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$ равна:

1) 6; 2) 18; 3) 12; 4) 24

**Типовые варианты контрольных работ
для оценки сформированности компетенций УК-1
Контрольная работа №1**

1. Найти производную $y = \ln \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$

2. Найти первый dy , и второй d^2y дифференциалы функции $y = \sin \frac{1}{x} - \frac{x}{x+1}$.

3. Записать формулу для производной n -ого порядка функции $y = \sin x + \cos 2x$ и вычислить ее значение в точке $x_0=0$.

4. Вычислить предел, используя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (x^n \ln x)$.

5. Исследовать функцию и построить ее график $y = (x+4)e^{2x}$.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

Контрольная работа №2

1. Найти интеграл (занесение под знак дифференциала) $\int \frac{x^3}{x^2 + 4} dx$
2. Найти интеграл (интегрирование по частям) $\int (x\sqrt{2} - 3)\cos 2x dx$.
3. Найти интеграл (интегрирование дробей) $\int \frac{-x^5 + 9x^3 + 4}{x^2 + 3x} dx$.
4. Найти интеграл (интегрирование иррациональностей) $\int \frac{\sqrt[5]{(1 + \sqrt[3]{x^2})^4}}{x^2 \sqrt[5]{x}} dx$

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
1	Определение производной. Непрерывность функции имеющей производную. Таблица производных. (вывод: константа, косинус, a^x , $\arctg x$)	УК-1
2	Геометрический и механический смысл производной.	УК-1
3	Дифференциал и его связь с производной.	УК-1
4	Правила вычисления производных. Производная суммы, произведения и частного двух функций.	ПКР-4
5	Производная обратной и сложной функции. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.	УК-1
6	Производные и дифференциалы высших порядков. Высшие производные для основных элементарных функций (логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрические: синус и косинус).	ПКР-4
7	Теорема Ферма.	ПКР-4
8	Теорема Ролля.	ПКР-4
9	Теорема Лагранжа о конечных приращениях.	ПКР-4
10	Теорема Коши.	ПКР-4
11	Раскрытие неопределённостей по правилам Лопиталю. (теоремы 1, 1', 2)	ПКР-4
12	Формула Тейлора.	ПКР-4
13	Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.	ПКР-4
14	Признак постоянства функции на промежутке.	УК-1
15	Признаки возрастания и убывания функции в точке и на промежутке.	ПКР-4
16	Понятия максимума и минимума. Необходимые условия экстремума.	УК-1
17	Достаточные условия экстремума. Первое и второе правило исследования функции на экстремум.	ПКР-4
18	Выпуклые и вогнутые кривые. Необходимое условие выпуклости (вогнутости).	ПКР-4
19	Достаточное условие выпуклости (вогнутости) кривой.	ПКР-4
20	Точки перегиба. Поведение функции в окрестности точки перегиба.	ПКР-4
21	Вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты. Схема исследования функции.	ПКР-4
22	Первообразная функции. Общий вид семейства первообразных.	УК-1
23	Неопределённый интеграл и его простейшие свойства.	УК-1
24	Таблица основных интегралов (с выводами).	УК-1
25	Интегрирование функций методом замены переменной.	ПКР-4
26	Метод интегрирования по частям.	ПКР-4

27	Интегрирование простейших дробей I, II, и III типов.	<i>ПКР-4</i>
28	Интегрирование простейшей дроби IV типа.	<i>ПКР-4</i>
29	Интегрирование функции вида $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$.	<i>ПКР-4</i>
30	Интегрирование биномиальных дифференциалов.	<i>ПКР-4</i>
31	Интегрирование выражений содержащих тригонометрические функции.	<i>ПКР-4</i>
32	Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.	<i>ПКР-4</i>
33	Суммы Дарбу и их свойства.	<i>УК-1</i>
34	Критерий интегрируемости.	<i>УК-1</i>
35	Свойства определённого интеграла.	<i>ПКР-4</i>
36	Интеграл с переменным верхним пределом.	<i>ПКР-4</i>
37	Формула Ньютона-Лейбница.	<i>ПКР-4</i>
38	Формула интегрирования по частям в определённом интеграле.	<i>ПКР-4</i>
39	Метод замены переменной в определённом интеграле.	<i>ПКР-4</i>
40	Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах.	<i>ПКР-4</i>
41	Вычисление объёма тела по площадям параллельных сечений. Вычисление объёма тела вращения.	<i>ПКР-4</i>
42	Несобственный интеграл. Его геометрическая интерпретация.	<i>УК-1</i>

Семестр 3

Вопросы для опроса

для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
2. Геометрическая прогрессия.
3. Необходимый признак сходимости.
4. Гармонический ряд. Обобщенный гармонический ряд.
5. Сложение рядов и умножение ряда на число.
6. Положительные ряды. Признак сравнения рядов с положительными членами.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

7. Признаки Даламбера и Коши.
8. Предельная форма признаков Даламбера и Коши.
9. Интегральный признак Коши-Маклорена.
10. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
11. Абсолютная и условная сходимость рядов. Теорема Коши.
12. Степенные ряды, их область сходимости.
13. Разложение функций e^x , $\cos x$, $\sin x$ в ряд Тейлора.

Вопросы для коллоквиума

для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Примеры. Критерий Коши для рядов.
2. Геометрическая прогрессия.
3. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
4. Остаток ряда. Свойства остатка.
5. Сложение рядов и умножение ряда на число.
6. Положительные ряды. Признак сравнения рядов с положительными членами.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

7. Признаки Даламбера и Коши.
8. Предельная форма признаков Даламбера и Коши.
9. Интегральный признак Коши-Маклорена.
10. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
11. Абсолютная и условная сходимость рядов. Теорема Коши.
12. Степенные ряды, их область сходимости.
13. Ряд Тейлора.
14. Разложение функций e^x , $\cos x$, $\sin x$ в ряд Тейлора.

**Типовые задания тестирования
для оценки сформированности компетенций УК-1
ДЕ 4. Ряды**

Выберите один верный ответ

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{n^2 \sin^2 n}$.
1) Сходится; 2) Расходится
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n - 2)}{2^{n+1} \cdot n!}$.
1) Сходится; 2) Расходится
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 1}{n^2 (n + 1)^2}$.
1) Сходится; 2) Расходится
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + 1) \ln^2 (n + 1)}$.
1) Сходится; 2) Расходится
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{n}}$.
1) Сходится; 2) Расходится

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n + 1}{2n - 1} \right)^n$.
1) Сходится; 2) Расходится
7. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n + x^2}$:
1) $(-\infty, +\infty)$; 2) $(0, +\infty)$; 3) $\{0\}$; 4) $(-\infty, 0)$
8. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}}$:
1) $(-10, 10)$; 2) $(-10, 10]$; 3) $[-10, 0)$; 4) $[-10, 10)$

9. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$:

1) $(-1,1)$; 2) $[-1,1]$; 3) $[-1,1)$; 4) $[0,1)$

10. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$:

1) $[-1,1]$; 2) $[-1,0]$; 3) $[-1,1)$; 4) $(-1,1)$

Типовые варианты контрольной работы для оценки сформированности компетенций ПКР-4

1. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sin n\alpha}$.

2. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 5n - 1}{5n^2 + 2n + 1} \right)^n$.

3. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n(n+1)}$.

4. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-5)^n}{n3^n}$.

5. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x : $\frac{1}{x^2 + 9x + 20}$.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
1	Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Примеры. Критерий Коши для рядов.	УК-1
2	Геометрическая прогрессия.	УК-1
3	Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.	УК-1
4	Остаток ряда. Свойства остатка.	УК-1
5	Сложение рядов и умножение ряда на число.	ПКР-4
6	Положительные ряды. Признак сравнения рядов с положительными членами.	ПКР-4
7	Признаки Даламбера и Коши.	ПКР-4
8	Предельная форма признаков Даламбера и Коши.	ПКР-4
9	Интегральный признак Коши-Маклорена.	ПКР-4
10	Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.	УК-1
11	Абсолютная и условная сходимость рядов. Теорема Коши.	УК-1
12	Степенные ряды, их область сходимости.	УК-1
13	Ряд Тейлора.	УК-1
14	Разложение функций e^x , $\cos x$, $\sin x$ в ряд Тейлора.	ПКР-4
15	Метрические пространства. Примеры метрических пространств.	ПКР-4
16	Открытые множества. Свойства открытых множеств.	ПКР-4
17	Предельные точки множества. Критерий предельной точки.	ПКР-4
18	Топологические отношения точки к множеству.	ПКР-4
19	Замкнутые множества. Примеры замкнутых множеств. Эквивалентность определений замкнутого множества.	ПКР-4
20	Теорема о дополнении замкнутого множества.	ПКР-4
21	Законы двойственности. Свойства замкнутых множеств.	УК-1

22	Теорема о границе замкнутого множества.	<i>УК-1</i>
23	Отображения метрических пространств.	<i>ПКР-4</i>
24	Нормированные пространства, примеры.	<i>ПКР-4</i>
25	Полные метрические пространства.	<i>ПКР-4</i>
26	Сжимающие отображения. Теорема Банаха.	<i>ПКР-4</i>
27	Ограниченные множества. Покоординатная сходимость в пространстве R_n .	<i>ПКР-4</i>
28	Теорема Больцано-Вейерштрасса для пространства R_n .	<i>ПКР-4</i>
29	Компакты. Замкнутость и ограниченность компакта.	<i>ПКР-4</i>
30	Компакты в R_n .	<i>ПКР-4</i>
31	Теорема Бореля-Лебега.	<i>ПКР-4</i>
32	Непрерывные отображения на компакте.	<i>ПКР-4</i>

Семестр 4

Вопросы для опроса для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Понятие частной производной. Дифференциал функции нескольких переменных, условие дифференцируемости.
3. Дифференцируемость сложной функции.
4. Производная по направлению.
5. Градиент.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

6. Частные производные высших порядков.
7. Дифференциалы высших порядков.
8. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
9. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции
10. Понятия максимума и минимума функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума.
11. Достаточные условия экстремума.

Вопросы для коллоквиума для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Функция нескольких переменных. Линия и поверхность уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Понятие частной производной. Дифференциал функции нескольких переменных, условие дифференцируемости.
3. Дифференцируемость сложной функции.
4. Инвариантность формы дифференциала первого порядка функции нескольких переменных.
5. Производная по направлению. Градиент.
6. Частные производные высших порядков и их независимость от порядка дифференцирования.
7. Дифференциалы высших порядков.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

8. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
9. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции (I часть).
10. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции (II, III часть).
11. Понятия максимума и минимума функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума.

12. Достаточные условия экстремума.
13. Квадрируемые фигуры. Критерии квадрируемости. Кривая меры 0, её связь с квадрируемостью. Площадь спрямляемой кривой. Кубируемые тела.
14. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл.

**Типовые задания тестирования
для оценки сформированности компетенций УК-1
ДЕ 5. Дифференциальное исчисление функций
нескольких переменных**

Выберите один верный ответ

1. Предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ функции $f(x, y) = (x + y) \sin 1/x \sin 1/y$ равен:

- 1) 1; 2) 0; 3) -1; 4) 2

2. Предел $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}$ равен:

- 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) -1

3. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = e^{x^2 y}$ равна:

- 1) $xye^{x^2 y}$; 2) $2xe^{x^2 y}$; 3) $2xye^{xy}$; 4) $2xye^{x^2 y}$

4. Частная производная $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ функции $f(x, y) = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ равна:

- 1) $\frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$; 2) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$; 3) $\frac{2xy}{x^2 + y^2}$; 4) $\frac{2xy}{(x + y)^2}$

5. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$, проходящей через точку $(2, 3, 2)$, имеет вид:

- 1) $x + \frac{2}{3}y - z - 1 = 0$; 2) $x + \frac{1}{3}y - z - 2 = 0$; 3) $x + \frac{2}{3}y - z - 2 = 0$;
4) $2x + \frac{2}{3}y - z - 2 = 0$

6. Производная функции $z = x^2 + y^2 x$ в точке $A(1, 2)$ по направлению вектора \overrightarrow{AB} , где $B(3, 0)$, равна:

- 1) $\sqrt{3}$; 2) 1; 3) $\sqrt{2}$; 4) 2

7. Функция $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ имеет локальный максимум в точке:

- 1) $(-1, 0)$; 2) $\left(0, \frac{5}{3}\right)$; 3) $(0, 0)\sqrt{2}$; 4) $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$

8. Частная производная $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ неявной функции $u = \varphi(x, y)$, заданной уравнением $x + y + u - e^{-x+y+u} = 0$, равна:

1) $\frac{x}{y}$; 2) 0; 3) xy^2 ; 4) 1

9. В точке $(1,1)$ функция $1/x + 1/y = z$ при уравнении связи $x + y = 2$ имеет:

1) Условный минимум; 2) Условный максимум; 3) Не имеет условного экстремума.

10. В точке $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ функция $z = x - y$ при уравнении связи $x^2 + y^2 = 1$ имеет:

1) Условный минимум; 2) Условный максимум; 3) Не имеет условного экстремума.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

ДЕ 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Выберите один верный ответ

1. Если $D = [0,1] \times [2,3]$, $f(x, y) = x^3 y$, то интеграл $\iint_D x^3 y dx dy$ равен:

1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) 2; 4) $\frac{1}{8}$

2. Если D ограничена кривыми $y = x^2$, $x = y^2$, то интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$ равен:

1) $\frac{3}{10}$; 2) $\frac{1}{10}$; 3) 1; 4) $\frac{3}{5}$

3. Интеграл $\iint_D e^{(x^2+y^2)} dx dy$, где область D ограничена окружностью $x^2 + y^2 = R^2$, равен:

1) $\pi(e^{R^2} + 1)$; 2) $\pi(e^R - 1)$; 3) 2; 4) $\pi(e^{R^2} - 1)$

4. Тройной интеграл $\iiint_D dx dy dz$, где область D ограничена поверхностями: $\left. \begin{matrix} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ 3z = x^2 + y^2 \end{matrix} \right\}$

равен:

1) $\frac{16\pi}{9}$; 2) $\frac{4\pi}{16}$; 3) $\frac{9\pi}{16}$; 4) $\frac{\pi}{16}$

5. Площадь куска параболоида $2z = x^2 + y^2$, вырезанного цилиндром $x^2 + y^2 = 1$ равна:

1) $\frac{2\pi}{3}(2\sqrt{2} - 1)$; 2) $\frac{2\pi}{3}(\sqrt{2} - 1)$; 3) $\frac{2\pi}{3}(2\sqrt{2} + 1)$; 4) $\frac{\pi}{3}(2\sqrt{2} - 1)$

6. Если $du = (2xy + 1)dx + (x^2 + 3y^2)dy$, то $u(x, y)$ имеет вид:

1) $u(x, y) = x^2 y + x + y^2 + C$; 2) $u(x, y) = x^2 y^2 + x + y^3 + C$;
3) $u(x, y) = x^2 y + x + y^3 + C$; 4) $u(x, y) = x^2 y + x^2 + y^3 + C$

7. Площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 2x$ и $y^2 = x$ равна:

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{1}{9}$

8. Объем тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x + z = 4$, $z = 0$, равен:

1) $\frac{64}{13}$; 2) $\frac{128}{13}$; 3) $\frac{64}{15}$; 4) $\frac{128}{15}$

9. Площадь S части поверхности параболоида $z = xy$, принадлежащей цилиндру $x^2 + y^2 \leq R^2$, равна:

- 1) $\frac{2\pi}{3} \left[(1+R^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]$; 2) $\frac{2\pi}{3} \left[(1+R^2)^{\frac{3}{2}} + 1 \right]$; 3) $\frac{\pi}{3} \left[(1+R^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]$;
 4) $\frac{2\pi}{3} \left[(1+R^2)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]$

10. Тройной интеграл $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где тело V ограничено плоскостью $z = 2$ и параболоидом $2z = x^2 + y^2$, равен:

- 1) $\frac{32}{3}\pi$; 2) $\frac{16}{5}\pi$; 3) $\frac{16}{3}\pi$; 4) $\frac{8}{3}\pi$.

Типовые варианты контрольных работ для оценки сформированности компетенций УК-1

Контрольная работа №1

1. Найти все частные производные первого порядка функции: $z = \sqrt{\sin \pi(x^2 + y^2)}$.
2. Найти производные неявной функции в $x^z = \frac{z}{y}$ точке $M_0(1,1,1)$.
3. Для функции $z = 2 - x^3 - y^3 + 5x$ найти dz , d^2z , d^3z в точке $M(1,1)$.
4. Показать, что функция $z = \frac{x}{y}$ удовлетворяет равенству $x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.
5. Найти частные производные сложной функции $z = (\cos w)u^v$, где $u = \sqrt{x^2 + y}$, $v = \ln(xy)$, $w = x^y$.
6. Найти экстремумы функции $z = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 3 \arctg y/x$.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

Контрольная работа №2

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^3 dy \int_0^{3-y} f(x, y) dx$.
2. Вычислить площадь фигуры ограниченную линиями $y = x$, $y^2 = 2x$.
3. Вычислить площадь (переход в полярные координаты)
 $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = \sqrt{3}x$, $y = x$.
4. Найдите объем тела, ограниченного поверхностями
 $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, $6z = x^2 + y^2$.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
---	--------	--

1	Функция нескольких переменных. Линия и поверхность уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.	<i>УК-1</i>
2	Понятие частной производной. Дифференциал функции нескольких переменных условие дифференцируемости.	<i>УК-1</i>
3	Дифференцируемость сложной функции.	<i>ПКР-4</i>
4	Инвариантность формы дифференциала первого порядка функции нескольких переменных.	<i>ПКР-4</i>
5	Производная по направлению. Градиент.	<i>ПКР-4</i>
6	Частные производные высших порядков и их независимость от порядка дифференцирования.	<i>ПКР-4</i>
7	Дифференциалы высших порядков.	<i>ПКР-4</i>
8	Формула Тейлора для функции нескольких переменных.	<i>УК-1</i>
9	Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции (I часть).	<i>ПКР-4</i>
10	Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции (II, III часть).	<i>УК-1</i>
11	Понятия максимума и минимума функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума.	<i>УК-1</i>
12	Достаточные условия экстремума.	<i>УК-1</i>
13	Квадрируемые фигуры. Критерии квадрируемости. Кривая меры 0, её связь с квадрируемостью. Площадь спрямляемой кривой. Кубируемые тела.	<i>ПКР-4</i>
14	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл.	<i>УК-1</i>
15	Свойства двойного интеграла.	<i>ПКР-4</i>
16	Интегрируемость непрерывной функции.	<i>ПКР-4</i>
17	Вычисление двойного интеграла в случае прямоугольной области.	<i>ПКР-4</i>
18	Вычисление двойного интеграла в случае криволинейной области.	<i>ПКР-4</i>
19	Задача о работе плоского силового поля. Криволинейный интеграл.	<i>ПКР-4</i>
20	Свойства криволинейного интеграла.	<i>УК-1</i>
21	Вычисление криволинейного интеграла.	<i>ПКР-4</i>
22	Формула Грина. (I часть)	<i>ПКР-4</i>
23	Формула Грина. (II часть)	<i>ПКР-4</i>
24	Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. (необходимость)	<i>УК-1</i>
25	Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. (достаточность)	<i>УК-1</i>
26	Замена переменной в двойном интеграле.	<i>ПКР-4</i>
27	Двойной интеграл в полярных координатах.	<i>ПКР-4</i>
28	Выражение площади плоской фигуры через интеграл по её контуру.	<i>ПКР-4</i>

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Виноградова, И.А. Математический анализ в задачах и упражнениях: В 3-х т. Том 1: Дифференциальное и интегральное исчисление.: Учебное пособие / Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. – М.:МЦНМО, 2017. – 412 с. – URL: <http://znanium.com/catalog/product/958691> (дата обращения 2.05.2019)
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Часть 1: учебник/ Г.М. Фихтенгольц. – 11-е изд. стер. – СПб: Лань, 2019. – 444 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/112051> (дата обращения 2.05.2019)
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Часть 2: учебник/ Г.М. Фихтенгольц. – 10-е изд. стер. – СПб: Лань, 2019. – 464 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/115730> (дата обращения 2.05.2019)

б) дополнительная литература:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие/ Г.Н. Берман. – 8-е изд. стер. – СПб: Лань, 2019. – 492 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/111199> (дата обращения 2.05.2019)
2. Будаев, В.Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных: учебник/ В.Д. Будаев, М.Я. Якубсон. – СПб: Лань, 2017. – 456 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/96244> (дата обращения 2.05.2019)
3. Вендина, А.А. Математический анализ для педагогов: учебное пособие/ А.А. Вендина, П.Ф. Севрюков. – Ставрополь: СГПИ, 2017. – 104 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/117654> (дата обращения 2.05.2019)
4. Калитвин, А.С. Лекции по математическому анализу. Часть III. Неопределенный интеграл: учебное пособие / А.С. Калитвин. – Липецк: Липецкий ГПУ, 2017. – 64 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/111965> (дата обращения 2.05.2019)
5. Калитвин, А.С. Лекции по математическому анализу. Часть IV. Определенный интеграл: учебное пособие / А.С. Калитвин. – Липецк: Липецкий ГПУ, 2017. – 110 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/112020> (дата обращения 2.05.2019)
- 4.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.uraik.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ www.lib.unn.ru/

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: lib.arz.unn.ru

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: (ноутбук, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа дисциплины **Математический анализ** составлена в соответствии с образовательным стандартом высшего образования (ОС ННГУ) бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ ННГУ от 17.05.2023 года № 06.49-04-0214/23).

Автор(ы):
к.п.н., доцент

Сангалова М.Е.

Рецензент (ы):
к.п.н., доцент

Нестерова Л.Ю.

Кафедра математики, физики и информатики

д.п.н., доцент

Фролов И.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 24.05.2023 года, протокол № 5

Председатель МК
к.п.н., доцент

факультета естественных и математических наук
Володин А.М.

П.6. а) СОГЛАСОВАНО:

Заведующий библиотекой

Федосеева Т.А.