МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| **Институт информационных технологий, математики и механики**  |

 (факультет / институт / филиал)

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | Гергель В.П. |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Уравнения математической физики**  |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **Бакалавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.01 Математика**  |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Математика (Общий профиль)** |

Квалификация (степень)

|  |
| --- |
| **бакалавр**  |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **Очная** |

Нижний Новгород

2017

1. **Место и цели дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина «Уравнения математической физики» (Б1.Б14) относится к базовой части основной образовательной программы бакалавриата по направлению «Математика», изучается в пятом и шестом семестрах.

Целями освоения дисциплины являются: фундаментальная подготовка в области уравнений в частных производных; овладение аналитическими методами математической физики; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

1. **Планируемые результаты обучения**

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Код компетенции** | **Содержание компетенции** | **Планируемые результаты обучения** |
| ОПК-1 | готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности(базовый этап) | З1(ОПК-1) Знать: классификацию уравнений математической физики, основные задачи для уравнений математической физики З2(ОПК-1) Знать: общие схемы основных методов математической физики  |
| У1(ОПК-1) Уметь: выводить основные уравнения математической физики, приводить уравнения к каноническому виду У2(ОПК-1) Уметь: применять методы математической физики при решении задач |
| В1(ОПК-1) Владеть: опытом использования знаний и умений в области математической физики при решении различных задач |
| ПК-2 | способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики(базовый этап)  | З1(ПК-2) Знать: классические постановки задач математической физики, основные методы исследования корректности постановок задач  |
| У1(ПК-2) Уметь: математически корректно ставить задачи в терминах математической физики  |
| В1(ПК-2) Владеть: опытом математически корректной постановки задач математической физики, приемами исследования корректности постановки задач  |

1. **Структура и содержание дисциплины**
	1. **Структура дисциплины**

Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, всего 252 час., из которых 127 час. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (62 час. занятия лекционного типа, 62 час. занятия семинарского типа, 3 часа промежуточной аттестации), 125 час. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену).

* 1. **Содержание дисциплины**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,** **форма промежуточной аттестации по дисциплине**  | **Всего** | **В том числе** |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них** | **Самостоятельная работа** |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Занятия лабораторного типа** |  | **Всего**  |  |
| 1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными | 1 | 1 |   |   |   | 1 |   |
| 2. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка  | 12 | 4 | 4 |   |   | 8 | 4 |
| 3. Вывод основных уравнений математической физики  | 9 | 3 | 2 |   |   | 5 | 4 |
| 4. Уравнение колебаний струны. Метод характеристик. Формула Даламбера | 14 | 4 | 6 |   |   | 10 | 4 |
| 5. Задачи Коши и Гурса для уравнений гиперболического типа | 16 | 4 | 6 |   |   | 10 | 6 |
| 6. Задача Коши для волнового уравнения. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Цилиндрические волны. | 10 | 4 | 2 |   |   | 6 | 4 |
| 7. Основные смешанные задачи для волнового уравнения. Теорема о единственности | 14 | 4 | 4 |   |   | 8 | 6 |
| 8. Метод Фурье для свободных и вынужденных колебаний струны | 16 | 4 | 4 |   |   | 8 | 8 |
| 9. Задача Штурма–Лиувилля | 15 | 4 | 4 |   |   | 8 | 7 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  | 2 |  |  |  |  |
| Промежуточная аттестация (зачет)  |
| 10. Общая схема метода Фурье в многомерных задачах | 24 | 4 | 6 |   |   | 10 | 14 |
| 11. Специальные функции математической физики  | 22 | 4 | 4 |   |   | 8 | 14 |
| 12. Уравнения параболического типа. Основные задачи для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме. Формула Пуассона | 26 | 6 | 6 |   |   | 12 | 14 |
| 13. Уравнения эллиптического типа. Основные задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Функции Грина | 28 | 6 | 8 |   |   | 14 | 14 |
| 14. Свойства гармонических функций. Теорема о максимуме и минимуме для гармонических функций  | 22 | 6 | 2 |   |   | 8 | 14 |
| 15. Элементы теории потенциала | 20 | 4 | 4 |   |   | 8 | 12 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  | 2 |  |  |  |  |
| Промежуточная аттестация (экзамен) |

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского типа.

1. **Образовательные технологии**

Используются образовательные технологии в форме лекций, практических (семинарских) занятий, домашних работ.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме «лекция-информация», при необходимости переходящей в форму «лекция-беседа».

Практические занятиянаправлены на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию преподавателя домашних работ с последующей их проверкой и обсуждением на занятиях.

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа является важной частью учебного процесса. Цель самостоятельной работы – формирование способностей и навыков к самообразованию и профессиональному совершенствованию. Она вырабатывает у студента культуру умственного труда, воспитывает целеустремленность, систематичность и последовательность в работе, развивает исследовательские способности.

**5.1. Виды самостоятельной работы**

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы:

* работа над основной и дополнительной литературой;
* повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
* самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
* выполнение домашних практических заданий (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
* выполнение контрольных работ (1 раз в семестр),
* подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен, зачет).

**5.2. Контрольные вопросы**

|  |
| --- |
| 1. Задача Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определить вторые производные от решения на начальной кривой.
 |
| 1. Классификация линейных уравнений с частными производными с п независимыми переменными.
 |
| 1. Начальная задача для неоднородного волнового уравнения с тремя пространственными переменными. Почему решение называется запаздывающим потенциалом?
 |
| 1. Начальная задача для неоднородного волнового уравнения.
 |
| 1. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних.
 |
| 1. Определение объемного потенциала. Доказательство его свойств.
 |
| 1. Определение потенциала двойного слоя, его свойства. Как используется потенциал двойного слоя для решения задачи Дирихле?
 |
| 1. Определение сферического среднего. Перечислите его свойства.
 |
| 1. Определение функции Бесселя.
 |
| 1. Основные свойства гармонических функций.
 |
| 1. Постановка задачи Гурса.
 |
| 1. Теорема о непрерывной зависимости решения смешанной задачи для уравнения гиперболического типа от начальных данных.
 |
| 1. Теорема существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
 |
| 1. Уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле.
 |
| 1. Физическая интерпретация формулы Пуассона.
 |
| 1. Формулировка и доказательство теоремы единственности решения начальной задачи для уравнения теплопроводности.
 |
| 1. Функция Грина задачи Дирихле. Доказать ее свойства.
 |

**5.3. Задания для самостоятельной работы**

1. Привести к каноническому виду уравнение .
2. Привести к каноническому виду уравнение .
3. Привести к каноническому виду уравнение .
4. Решить задачу. Определить тип задачи

 (), .

1. Струна бесконечной длины х > 0 находилась в состоянии равновесия. При t > 0 точка совершает малые колебания . Показать, что смещение точки с абсциссой определяется формулой
2. Однородная струна, закрепленная на концах и , имеет в начальный момент времени форму параболы, симметричной относительно перпендикуляра, проведенного через точку . Определить смещение точек струны от положения равновесия, предполагая, что начальные скорости отсутствуют.
3. Однородная квадратная мембрана, имеющая в начальный момент времени форму , где *А* – постоянная, начала колебаться без начальной скорости. Исследовать свободные колебания мембраны, закрепленной по контуру.
4. Решить методом разделения переменных

 (), .

1. Решить методом разделения переменных

 (), .

1. Решить смешанную задачу

 (), .

1. Решить смешанную задачу

 (), .

1. Решить смешанную задачу

 (), .

Самостоятельная работа студентов обеспечивается доступными учебной и научной литературой, Интернет-ресурсами, которые содержат теоретический материал с иллюстрирующими примерами и упражнения для самостоятельного выполнения, достаточные для подготовки к зачету и экзамену и освоения дисциплины в целом.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**

включающий:

* 1. **Перечень компетенций выпускников** образовательной программы согласно Карте компетенций по направлению 020301 Математика и компьютерные науки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Код****компетенции** | **Этап****формирования** | **Составляющие компетенций** |
| **знания** | **умения и навыки** | **владение опытом**  |
| ОПК-1 | базовый | З1(ОПК-1)З2 (ОПК-1) | У1(ОПК-1)У2 (ОПК-1) | В1(ОПК-1) |
| ПК-2 | базовый | З1(ПК-2) | У1(ПК-2) | В1(ПК-2) |

* 1. **Описание шкал оценивания**

6.2.1. Критерии и шкала для интегрированной оценки уровня сформированности компетенций

|  |  |
| --- | --- |
| **Индикаторы компетенции** | **Оценка сформированности компетенций** |
| плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
| Полнота знаний  | отсутствие знаний материала | наличие грубых ошибок в основном материале  | знание основного материала с рядом негрубых ошибок | знание основного материалом с рядом заметных погрешностей | знание основного материала с незначительными погрешностями | знание основного материала без ошибок и погрешностей | знание основного и дополнительным материала без ошибок  |
| Наличие умений  | полное отсутствие умений  | недостаточно умений  | умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок | умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок | умение использовать отдельные приемы  | умение использовать приемы  | умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе  |
| Владение опытом | полное отсутствие навыков  | отсутствие навыков  | наличие минимальных навыков  | посредственноевладение навыками  | достаточное владение навыками  | хорошее владение навыками | всестороннее владение навыками  |
| Мотивация (личностное отношение) | отсутствие  | недостаточно | минимально | средний уровень  | выше среднего | высокий уровень | очень высокий  |
| Уровень сформированности компетенций | нулевой | низкий | ниже среднего | средний | выше среднего | высокий | очень высокий |
| Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий | 0–20  | 20–50  | 50–7 0  | 70–80  | 80–90  | 90– 99  | 100 |

Характеристика сформированности компетенции

|  |  |
| --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций** | **Характеристика сформированности компетенции** |
| очень высокий | Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических (профессиональных) задач. |
| высокий | Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.  |
| выше среднего | Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач. |
| средний | Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам. |
| ниже среднего | Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач. |
| низкий | Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение |
| нулевой | Компетенция не сформирована. Отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение |

6.2.2. Критерии и шкалы для оценки уровня подготовки обучающегося

Оценивание результатов обучения проводится по традиционным шкалам (семибалльной на экзамене и зачет-незачет на зачете)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Оценка по семибалльной шкала** | **Зачет / незачет** | **Уровень подготовки** | **Уровень сформированности компетенций** |
| превосходно | зачетено | Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом. Студент демонстрирует творческий поход к решению нестандартных задач, дал полный ответ на все теоретические вопросы билета, правильно выполнил практическое задание. 100 % выполнение заданий | очень высокий |
| отлично |  | Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный ответ на теоретические вопросы билета, выполнил практическое задание. Студент активно работал на практических занятиях.Выполнение заданий на 90% и больше. | Высокий |
| очень хорошо |  | Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности. Студент активно работал на практических занятиях.Выполнение заданий от 80 до 90%. | выше среднего |
| хорошо |  | В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы. Студент работал на практических занятиях.Выполнение заданий от 70 до 80%.  | Средний |
| удовлетворительно |  | Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки, но при ответах на наводящие вопросы может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия.Выполнение заданий от 50 до 70%. | ниже среднего |
| неудовлетворительно | не зачтено | Подготовка недостаточная. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий.Выполнение заданий от 20 до 50%. | Низкий |
| плохо |  | Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий.Выполнение заданий менее 20 %.  | Нулевой |

Положительные экзаменационные оценки (превосходно – удовлетворительно) и зачтено могут быть выставлены без опроса обучающегося − по результатам работы в течение семестра и текущего контроля успеваемости. О возможности выставления экзаменационных оценок без опроса объявляется обучающимся до начала экзамена (зачёта).

* 1. **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине,** характеризующие этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии: индивидуальное собеседование, устные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии: практические контрольные задания, включающие одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

Контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде зачета в 5 семестре и экзамена в 6 семестре, на которых определяется: уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине; уровень понимания студентами изученного материала; способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач. Экзамен (зачет) включает теоретическую и практическую часть. Теоретическая часть заключается в ответе студентом на теоретические вопроса курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании. Практическая часть предусматривает разбор практической ситуации (решение задачи).

* 1. **Типовые контрольные задания** для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и контроля сформированности компетенций

**6.4.1. Примеры задач (практических заданий) для текущего контроля**

1. Найти наибольшую область, в которой задача Коши имеет единственное решение, и найти это решение.
2. Полуограниченной струне с жестко закрепленным концом  сообщена начальная скорость равная  на отрезке  и нулю вне этого отрезка. Построить профиль струны в момент времени . Расписать формулы, описывающие профиль струны в момент времени .

**6.4.2. Варианты контрольных работ**

*Вариант контрольной работы №1*

1. Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой (х=0) свободен, а другой (x=π) закреплен жестко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:



2. Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закрепленной на конце x=0 и подверженной на конце действию силы. Начальные условия нулевые. Найти решение при всех 

*Вариант контрольной работы №2*

1. К струне, один конец которой (x=0) свободен, а другой (x=l) закреплен жестко, с момента времени t=0 приложена непрерывно распределенная сила с линейной плотностью f(x,t)=Asinωt. Найти колебания струны в среде без сопротивления; исследовать возможность резонанса и найти решение в случае резонанса.

2. Найти стационарную температуру в круглом цилиндре с радиусом основания  и высотой , если температуры нижнего и верхнего оснований равны соответственно  и , а боковая поверхность цилиндра теплоизолирована.

**6.4.3. Примеры вопросов, выносимых на экзамен, зачет**

|  |
| --- |
| Задача Коши для уравнений свободных колебаний струны. Формула Даламбера для решения задачи Коши (ОПК-1) |
| Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных (ПК-2) |

**6.4.4. Примеры задач (практических заданий), выносимых на экзамен, зачет**

**Задания для оценки компетенций «**ОПК-1**»**

|  |
| --- |
| 1. Получить функцию Грина для шара.
 |
| 1. Найти собственные колебания однородной круглой мембраны радиуса R, закрепленной по краям, если в начальный момент она представляет поверхность параболоида вращения, а начальные скорости равны нулю.
 |

**Задания для оценки компетенции «**ПК-2**»**

Решить смешанную задачу

|  |
| --- |
|      |

**6.4.5. Пример экзаменационного билета**

|  |
| --- |
| Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. ЛобачевскогоИнститут информационных технологий, математики и механикиКафедра математической физики и оптимального управления Дисциплина *Уравнения математической физики* ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1 |
| 1. |  Задача Штурма – Лиувилля. Свойство решений задачи. Ортогональность собственных функций, соответствующих различным собственным значениям (с доказательством). |  |
| 2. | Задача о колебаниях полубесконечной струны с закрепленным концом. Метод продолжения.  |  |
|  | Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_ Сумин М.И.Экзаменатор \_\_\_\_\_\_\_\_\_ Калинин А.В. |  |

* 1. **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014. <http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf>

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

##### 7.1. Основная литература

Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.–М.: Наука, 1971. (75)

Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Минск, 1964. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm

Сборник задач по уравнениям математической физики. Под редакцией Владимирова В.С.–М.: Наука,1982.–256с. (83)

Калинин А.В., Тюхтина А.А. Введение в современные методы математической физики: Эл. учебное пособие. ННГУ. 2014. 120 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Рег. № 864.14.06)

Жидков А.А., Калинин А.В., Тюхтина А.А. Математические основы современной теории краевых задач для уравнений с частными производными. Эл. уч.-мет. пособие. ННГУ. 2012. 82 c. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Рег. № 488.12.06)

##### 7.2. Дополнительная литература

Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции.– М.: 1984. (35)

Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.–252с. https://e.lanbook.com/book/70703?category\_pk=917#authors

Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике.– М.: Наука, 1972.– 688с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>

Калинин А.В., Дерендяев Н.В. Проекционный метод Фурье. Эл. уч-мет. пособие. ННГУ. 2012. 75 c. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Рег. № 523.12.08)

##### 7.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Фонд образовательных электрон. ресурсов ННГУ <http://www.unn.ru/books/resources>
2. Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)
3. Библиотека Лань (https://e.lanbook.com/).
4. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению 010301 Математика.

Автор \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_ А.В. Калинин

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании кафедры математической физики и оптимального управления Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_.

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ М.И. Сумин

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_.