

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор _____ Гергель В.П.

«_____» _____ 201_ г.

Рабочая программа дисциплины

_____ Аналитическая геометрия

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
02.03.01. Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2017

Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Аналитическая геометрия» относится к базовой части ОПОП (Б1.Б.06), обязательна для освоения на 1-м году обучения в 1-м и 2-м семестрах. Трудоемкость составляет 7 зачетных единиц. Предусмотрено проведение лекционных (50 ч.) и практических (50 ч.) занятий

1. Целями освоения дисциплины являются:

- напоминание основных фактов элементарной геометрии, как правило, плохо освоенных в школе; развитие геометрического, в том числе пространственного воображения;
- овладение применением аппарата векторной алгебры и аналитической геометрии, необходимое для решения естественных задач и освоения других математических дисциплин;
- формирование у студентов общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 02.03.01. – Математика и компьютерные науки, общий профиль.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
<p><i>ОПК-1</i> (готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности)</p> <p><i>Начальный этап.</i></p>	<p><i>У1 (ОПК-1) Уметь применять полученные знания по аналитической геометрии в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности.</i></p> <p><i>З1 (ОПК-1) Знать основные формулы из курса аналитической геометрии.</i></p> <p><i>В1 (ОПК-1) Применять основные формулы аналитической геометрии для решения типовых задач.</i></p>
<p><i>ПК-2</i> (способность математически корректно ставить естественно-научные задачи, знание постановок классических задач математики)</p> <p><i>Начальный этап.</i></p>	<p><i>У1 (ПК-2) Уметь определять, какие задачи можно решить с помощью аппарата аналитической геометрии.</i></p> <p><i>З1 (ПК-2) Знать основные определения, теоремы и приёмы доказательств курса аналитической геометрии.</i></p> <p><i>Знать общую структуру дисциплины и её место среди других математических дисциплин.</i></p> <p><i>В1 (ПК-2) Владеть навыками решения задач с помощью аппарата аналитической геометрии.</i></p>

3. Структура и содержание дисциплины «Аналитическая геометрия»

Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, всего 252 часов, из которых 100 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (50 часов занятия лекционного типа, 50 часов занятия семинарского типа (практические занятия), 152 часа составляет самостоятельная работа обучающихся (в т.ч. включая 72 часа подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Семестр	Всего	В том числе					Самостоятельная работа обучающегося, часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лаборатор. типа	Консультации	
Тема 1. Векторная алгебра. Свободный вектор. Линейные операции над векторами и их свойства. Линейная зависимость и её критерии. Базис и система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, их свойства, формулы для вычисления в ортонормированном базисе.	1	26	8	8			16	10
Тема 2. Прямая линия на плоскости (векторное параметрическое, параметрическое, с угловым коэффициентом, каноническое, через две точки, в отрезках, векторное, общее уравнения прямой). Типовые задачи о прямых на плоскости (угол между прямыми, расстояние от точки до прямой).	1	16	4	4			8	8
Тема 3. Плоскость (векторное параметрическое, параметрическое, векторное, общее, через три точки, в отрезках уравнения плоскости). Расстояние от точки до плоскости.	1	14	2	4			6	8
Тема 4. Прямая линия в пространстве (векторное параметрическое, параметрическое, векторное, каноническое, через две точки, общее уравнения прямой в пространстве и их связь). Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми Угол между прямой и плоскостью.	1	14	2	4			6	8
Тема 5. Пучки прямых и связки плоскостей.	1	8	1	1			2	6
Тема 6. Замена базиса и системы координат. Матрица перехода. Сдвиг начала координат. Поворот координат. Пересчёт координат точки. Ортогональные матрицы и ортогональные преобразования.	1	11	4	1			5	6
Тема 7. Кривые второго порядка: геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы, вывод кано-нических уравнений. Фокально-директориальные свойства.	1	18	4	4			8	10

Тема 8. Кривые второго порядка. Общее уравнение, постановка задачи классификации, теоремы о приведении уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Аффинная классификация кривых второго порядка.	1	18	4	4		8	10
Тема 9. Изучение вида кривых второго порядка по их каноническим уравнениям. Эксцентризитет, директрисы, фокально-директориальные свойства. Эллипс и гипербола как ГМТ.	1	19	5	4		9	10
В т.ч. текущий контроль	1	2					
Промежуточная аттестация: зачет, экзамен	1						
Тема 10. Инварианты кривых второго порядка, определение типа кривой по инвариантам. Асимптотические направления, диаметры, центры кривых второго порядка.	2	29	4	5		9	20
Тема 11. Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоид вращения. Трёхосный эллипсоид. Коническая поверхность. Конус второго порядка. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Параболоиды. Прямолинейные образующие.	2	29	4	5		9	20
Тема 12. Инварианты поверхностей второго порядка. Классификация (17 типов) поверхностей второго порядка.	2	25	4	3		7	18
Тема 13. Элементы проективной геометрии. (Проективная плоскость, проективные координаты, проективная классификация кривых 2-го порядка).	2	25	4	3		7	18
В т.ч. текущий контроль	2	2					
Промежуточная аттестация: зачет, экзамен	2						

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках практических занятий, групповых или индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

4. Образовательные технологии

Используются образовательные технологии в форме лекций и практических занятий.

Лекционные занятия проводятся в форме лекций, ориентированных на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практические занятия предполагают разбор решений задач и самостоятельное решение задач, предлагаемых преподавателем, под контролем преподавателя, а также проверку усвоения теоретического материала путём устного опроса и умения решать задачи – путём выполнения контрольных работ.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов подразумевает проработку лекционного и дополнительного материала, заключается в выполнении домашних заданий, контрольных работ, самостоятельном разборе некоторых несложных доказательств, конкретно указанных преподавателем во время чтения лекций.

Домашние задания проверяются путём опроса на практических занятиях, контрольные работы проверяются преподавателем, затем проводится разбор работ на практическом занятии, проверенные работы возвращаются обучающимся. Усвоение доказательств, в том числе

оставленных на самостоятельный разбор обучающихся, контролируется на коллоквиуме. На зачёте контролируется умение студентов решать задачи. На экзамене определяется как степень усвоения теоретического материала, так и умения решать задачи.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Перечень компетенций с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

ОПК-1 (готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности)

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Умения:</u> <i>Применять полученные знания по аналитической геометрии в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности.</i>	Полное неумение решать элементарные задачи, требующие прямого однократного применения определений и формул из курса.	Неумение применять средства теории для решения стандартных задач.	Умение решать несложные задачи с наводящими подсказками.	Умение самостоятельно решать типовые задачи.	Умение самостоятельно решать задачи средней сложности, умение находить и исправлять собственные ошибки.	Свободное решение задач по всему материалу.	Решение задач повышенной сложности, требующих нестандартных подходов или искусственных приёмов.
<u>Знания</u> <i>Знать основные формулы из курса аналитической геометрии.</i>	Полное незнание основных понятий элементарной геометрии и главных определений курса (векторных операций, линейной зависимости и т.п.)	Незнание основных определений курса, вида уравнений прямых и кривых второго порядка.	Знание основных определений и фактов из курса, но отсутствие умения доказывать эти факты.	Знание всех основных теорем и формул с затруднением при доказательстве некоторых из них.	Знание всех основных теорем, формул и идей доказательств, но недостаточная продуманность «тонких мест».	Свободное владение теоретическим курсом.	Свободное владение теоретическим курсом, знание фактов теории, не сообщавшихся преподавателем.
<u>Навыки</u> <i>Применять основные формулы из курса аналитической геометрии.</i>	Полное отсутствие навыков.	Неумение по формуле	Решение типовых задач с	Свободное решение типовых задач	Решение задач средней	Свободное решение	Свободное решение

<i>лы аналитической геометрии для решения типовых задач</i>	ков реше-ния задач	лировке стан-дартной задачи понять, что это задача по ана-литическо-й гео-метрии и найти, какие форму-лы нужно при-менить для ре-шения.	многочи-сленными ошибками	вых за-дач, но значите-льные затруд-нения при ре-шении задач с нестан-дартной формули-ровкой.	сложно-сти с незначи-тельны-ми недо-чётами.	задач средней сложно-сти и ре-шение слож-ных задач с неболь-шими недочё-тами.	задач, включая задачи повы-шенной сложно-сти.
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 15%	15– 30%	30 – 60%	60–75%	75 – 85%	85–95%	95-100%

ПК-2 (способность математически корректно ставить естественно-научные задачи, знание постановок классических задач математики)

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудов-летвори-тельно»	«удовле-твори-тельно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлич-но»	«прево-ходно»
<u>Умения:</u> <i>Уметь определять, какие задачи можно решить с помощью аппарата аналитической геометрии.</i>	Полное неумение определить по формулировке вопроса, что этот вопрос относится к аналитической геометрии.	Неумение определить, из какого раздела курса нужны знания для решения данной задачи.	Подбор необходимых средств для решения задачи только с наводящими подсказками.	Верный самостоятельный выбор средств решения типовых задач после нескольких попыток.	Верный самостоятельный выбор средств решения типовых задач и задач средней сложности.	Отсутствие затруднений при выборе средств решения задач.	Умение видеть разные пути решения задач и выбирать из них наиболее эффективные.
<u>Знания</u> <i>Знать основные определения, теоремы и приёмы доказательств курса аналитической геометрии. Знать общую структуру</i>	Полное незнание основных определений курса или способность провести простое	Незнание вида уравнений прямых, плоскостей, кривых и поверхности	Знание всех видов уравнений прямых и плоскостей и классификации кривых и	Знание классификации кривых и поверхностей степени 2 и идей доказательств, но недостаточная	Знание всех основных теорем, формул и доказательств, но недостаточная про-	Свободное владение теоретическим курсом с отчётливым осознанием логичес-	Свободное владение теоретическим курсом, Понимание истоков появле-

<i>дисциплины и её место среди других математических дисциплин.</i>	доказательство.	стей второго порядка, свойств кривых второго порядка.	поверхностей степени 2 без доказательств.	всех основных теорем и формул с затруднением при проведении некоторых из них.	думанность «тонких мест».	ких связей его частей.	ния дисциплины и её места среди других изучаемых дисциплин.
<u>Навыки</u> <i>Владеть навыками решения задач с помощью аппарата аналитической геометрии.</i>	Полное отсутствие навыков решения задач.	Неумение найти средства (формулы аналитической геометрии), необходимые для решения задачи.	Трудно-сти в выборе средств решения задачи, преодолеваемые с помощью преподавателя.	Уверенное решение типовых задач, но значительные затруднения и ошибки при решении Остальных задач.	Уверенное решение задач средней сложности с незначительными недочётами.	Верный выбор подхода к решению задачи до-многоточ-но слож-ных за-дач (возмож-но, с не-больши-ми недо-чётами в самом реше-нии).	Свобод-ное решение задач, включая задачи повы-шенной сложно-сти.
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 15%	15– 30%	30 – 60%	60–75%	75 – 85%	85–95%	95-100%

6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен включает письменную и устную части. Письменная часть экзамена включает решение задач и (по желанию студента) письменную подготовку к рассказу теоретического материала. Устная часть экзамена заключается в объяснении студентом решения предложенных ему задач и ответе студента на теоретические вопросы курса. В зависимости от уровня ответов возможно последующее собеседование по программе курса.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Высокий уровень подготовки, свободное владение теоретическим материалом, понимание существа задаваемых вопросов, чёткие формулировки без наводящих вопросов. Безошибочное решение задач. 95%-ное и выше выполнение контрольных экзаменационных заданий.

Отлично	<p>Высокий уровень подготовки, полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета с незначительными погрешностями в формулировках, понимание студентом замечаний экзаменатора. Студент активно работал на практических занятиях.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий не менее, чем на 85%.</p>
Очень хорошо	<p>Хорошая подготовка. Студент демонстрирует понимание теории, но в ответах имеются неточности, обнаруживаются небольшие пробелы. В решении задач допущены незначительные погрешности. Студент активно работал на практических занятиях.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий не менее, чем на 75%.</p>
Хорошо	<p>В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но допускает ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Не сразу понимает существование заданного вопроса. Студент работал на практических занятиях.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий не менее, чем на 60%.</p>
Удовлетворительно	<p>Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, серьёзно затрудняется в проведении доказательств, плохо понимает задаваемые ему вопросы по курсу. При решении задач допускает серьёзные ошибки. Студент посещал практические занятия.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий не менее, чем на 30%.</p>
Неудовлетворительно	<p>Подготовка недостаточная. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Знания по некоторым разделам курса полностью отсутствуют. Предложенные задачи не решены. Студент не работал на практических занятиях или не посещал их.</p> <p>Контрольные экзаменационные задания выполнены менее, чем на 30%.</p>
Плохо	<p>Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не понимает поставленных вопросов, не может корректно сформулировать определения и факты ни устно, ни письменно, не владеет математической символикой, демонстрирует критические пробелы в школьной подготовке.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 15%.</p>

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- коллоквиумы;
- устные ответы на вопросы на лекциях и на практических занятиях.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- контрольные работы, включающих несколько задач и вопросов.

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:

- зачёты и экзамены по дисциплине.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Контрольные вопросы к материалу первого семестра (вопросы 1-33 выносятся на коллоквиум).

1. Понятие свободного вектора. Равенство векторов.
2. Линейные операции над векторами (сложение векторов; умножение вектора на число) и их свойства.
3. Понятие линейной комбинации объектов. Определения понятий линейной зависимости и линейной независимости системы векторов.
4. Теорема о линейной зависимости системы, состоящей из одного вектора.
5. Свойства подсистемы и надсистемы данной системы векторов с точки зрения линейной зависимости.
6. Критерий линейной зависимости системы векторов.
7. Понятие базиса. Базис на прямой, базис на плоскости, базис в пространстве.
8. Теорема о разложении вектора по базису. Координаты вектора.
9. Понятие системы координат. Понятие ориентации плоскости и пространства. Правая и левая система координат на плоскости и в пространстве.
10. Нахождение координат вектора через координаты его начала и конца.
11. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами.
12. Деление отрезка в данном отношении.
13. Операция скалярного произведения векторов и её свойства.
14. Операция векторного произведения векторов и её свойства.
15. Операция смешанного произведения векторов и её свойства.
16. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов через операции над векторами.
17. Геометрические приложения векторного произведения (площадь параллелограмма, площадь треугольника).
18. Геометрические приложения смешанного произведения (объём параллелепипеда, объём пирамиды).
19. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведения через координаты векторов-сомножителей в ортонормированном базисе.
20. Различные формы уравнения прямой на плоскости (векторно-параметрическое, параметрическое, каноническое, через две точки, в отрезках, с угловым коэффициентом, векторное).
21. Общее уравнение прямой на плоскости; геометрический смысл его коэффициентов.
22. Формула для вычисления расстояния на плоскости от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой.
23. Угол между двумя прямыми.
24. Различные формы уравнения плоскости (векторное параметрическое, параметрическое, через три точки, в отрезках).
25. Общее уравнение плоскости; геометрический смысл его коэффициентов.

26. Формула для вычисления расстояния от точки до плоскости. Нормальное уравнение плоскости.
27. Различные формы уравнения прямой в пространстве (векторное параметрическое, параметрическое, каноническое, через две точки, векторное, общее).
28. Переход от канонического уравнения прямой в пространстве к общему и обратно.
29. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Формула для вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми.
30. Уравнение плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой.
31. Уравнение общего перпендикуляра к двум скрещивающимся прямым.
32. Уравнение пучка прямых на плоскости.
33. Уравнение пучка плоскостей. Уравнение связки плоскостей.
34. Замена базиса и замена системы координат. Определение матрицы перехода. Формулы пересчета координат вектора.
35. Матрица перехода в случае поворота декартовой системы координат на плоскости.
36. Общий вид уравнения кривой степени 2 на плоскости. Уничтожение члена с произведением неизвестных с помощью поворота системы координат.
37. Общий вид уравнения кривой степени 2 на плоскости. Уничтожение члена с первой степенью переменной, если присутствует член со второй степенью этой переменной и отсутствует член с произведением переменных.
38. Классификация кривых степени 2 (список канонических уравнений).
39. Эллипс: исследование по каноническому виду; фокусы, эксцентриситет.
40. Эллипс: расстояние от точек эллипса до фокусов. Геометрическое свойство эллипса.
41. Директрисы. Фокально-директориальное свойство эллипса.
42. Уравнение касательной к эллипсу, проведённой в его точке.
43. Гипербола: исследование по каноническому виду; фокусы, эксцентриситет, асимптоты.
44. Гипербола: расстояние от точек гиперболы до фокусов. Геометрическое свойство гиперболы. Директрисы. Фокально-директориальное свойство гиперболы.
45. Уравнение касательной к гиперболе, проведённой в её точке. Теорема о произведении расстояний от точки гиперболы до её асимптот.
46. Парабола: фокус, директриса, фокально-директориальное свойство. Уравнение касательной к параболе в её точке.
47. Исследование общего уравнения кривой степени 2. Понятие асимптотического направления. Инвариант δ .
48. Число асимптотических направлений. Разбиение кривых по типам (эллиптический, параболический, гиперболический).
49. Понятие хорды кривой степени 2. Диаметр. Уравнение диаметра, сопряжённого данному направлению, и корректность этого уравнения.
50. Понятие центральной кривой степени 2. Центральные и нецентральные кривые.

Контрольные вопросы к материалу второго семестра.

I. Инварианты квадрик

1. Ортогональная матрица – определение и свойства.
2. Запись общего уравнения поверхности степени 2 в матричном виде.
3. Теорема об ортогональных инвариантах (S, δ, Δ) квадрики.
4. Определение трёх видов (I – III) квадрик по инвариантам.
5. Определение типов квадрик вида I по инвариантам.
6. Определение типов квадрик вида II по инвариантам.
7. Полуинвариант K для квадрик вида III.
8. Определение типов квадрик вида III по инварианту K .

II. Поверхности степени 2

9. Понятие поверхности в трёхмерном пространстве и общий вид уравнения поверхности.
10. Цилиндрическая поверхность, вид её уравнения, образующая, направляющая.
11. Поверхность вращения. Вывод вида уравнения поверхности, образованной вращением плоской линии относительно оси, лежащей в той же плоскости.
12. Вывод уравнения эллипсоида вращения. Уравнение трёхосного эллипса.
13. Вывод уравнения конуса второго порядка.
14. Вывод уравнения однополостного гиперболоида.
15. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
16. Вывод уравнения двуполостного гиперболоида.
17. Вывод уравнения эллиптического параболоида.
18. Уравнение гиперболического параболоида, исследование его вида по сечениям.
19. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
20. Общее уравнение поверхности второго порядка. Постановка задачи классификации поверхностей второго порядка. Понятие инварианта поверхности второго порядка.
21. Малая и большая квадратичная формы поверхности.
22. Классификация поверхностей второго порядка: список канонических уравнений, названия поверхностей, эскиз поверхности, набор инвариантов.

III. Элементы проективной геометрии.

23. Подход к понятию проективной плоскости через связки всех прямых и всех плоскостей, проходящих через точку O .
24. Отсутствие параллельных прямых в проективной плоскости.
25. Теорема о существовании и единственности прямой, инцидентной двум различным различным точкам проективной плоскости.
26. Однородные координаты в проективной плоскости.
27. Уравнение прямой в проективной плоскости.
28. Соответствие между точками и прямыми проективной плоскости. Принцип двойственности.
29. Модель Пуанкаре проективной плоскости.
30. Проективная классификация кривых второго порядка.
31. Теорема Дезарга (без доказательства).
32. Теорема Паскаля (без доказательства).

Примеры заданий контрольных работ.

Составляются по возможности равноценных 2 или более (в зависимости от численности группы) вариантов контрольных работ, которые ежегодно частично обновляются.

Пример заданий контрольной работы №1:

1. Даны три вектора $\mathbf{a} (1, 5)$, $\mathbf{b} (6, 4)$ и $\mathbf{c} (0, 5)$. Подобрать числа α и β так, чтобы векторы $\alpha\mathbf{a}$, $\beta\mathbf{b}$ и \mathbf{c} образовали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. В ортонормированном базисе даны три вектора: $\mathbf{a} (-1, 2)$, $\mathbf{b} (5, 1)$ и $\mathbf{c} (4, -2)$. Вычислить $\mathbf{b}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$.

3. Найти вектор длины 3, ортогональный векторам $(-1, 2, 1)$ и $(2, 3, 4)$.

4. Выяснить, компланарны ли векторы $(1, -1, 1)$, $(7, 3, -5)$, $(-2, 2, -2)$.

5. Найти вектор \mathbf{c} длины 1, перпендикулярный к вектору $\mathbf{a} (0, 1, 1)$, образующий с вектором $\mathbf{b} (1, 1, 0)$ угол 45° и направленный так, чтобы тройка $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$ была правой.

6. Доказать, что система векторов, содержащая нулевой вектор, линейно зависима.

Пример заданий контрольной работы №2:

1. Даны точки $A(8, -6, 7)$ и $B(-20, 15, 10)$. Установить, пересекает ли прямая AB какую-нибудь из осей координат.

2. Найти общее уравнение прямой

$$\frac{x-7}{8} = \frac{x-8}{7} = z+3.$$

3. Записать каноническое уравнение прямой

$$\begin{cases} 3x + 5y - 11z + 2 = 0 \\ x - 8y + z = 0 \end{cases}.$$

4. Даны вершины тетраэдра: $A = (2, 1, 0)$, $B = (1, 3, 5)$, $C = (6, 3, 4)$, $D = (0, -7, 8)$.

Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую AB и равноудаленной от вершин C и D .

5. Найти ортогональную проекцию точки $(1, 3, 5)$ на прямую

$$2x + y + z - 1 = 0, \quad 3x + y + 2z - 3 = 0.$$

Пример заданий контрольной работы №3:

1. Написать уравнение эллипса, пересекающего ось OX в точках $(1, 0)$ и $(9, 0)$ и касающегося оси OY в точке $(0, 3)$, зная, что оси эллипса параллельны осям координат.

2. Найти длины сторон равнобедренного треугольника, вписанного в равностороннюю гиперболу с полуосями a , зная, что одна вершина треугольника совпадает с вершиной гиперболы, а угол треугольника при этой вершине равен $2\pi/3$.

3. Написать уравнения касательных к параболе $y^2 = 4x$, проведённых из точки $(-1, 8/3)$.

4. Линия второго порядка имеет фокус $(2, 0)$, соответствующую ему директрису $x = 8$ и эксцентриситет $\epsilon = 0,5$. Найти уравнение линии и сделать рисунок.

5. Привести уравнение к каноническому виду и нарисовать линию в исходных координатах:

$$4x^2 - y^2 - 16x - 6y + 3 = 0.$$

6. Написать уравнение гиперболы, зная четыре точки $(\pm 4, \pm 2)$ пересечения её директрис и асимптот.

Примеры задач для экзаменов.

Первый семестр:

- Найти скалярное произведение векторов $3\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$ и угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{6}$.
- Найти площадь треугольника с вершинами в точках $(0,1,2)$, $(1,0,2)$ и $(1,2,0)$.
- Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $(4,0,2)$ и параллельной векторам $(3,2,1)$ и $(1,-1,0)$.
- Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $(4,0,2)$ и прямую

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ x - y + 2z - 4 = 0. \end{cases}$$
- Найти объём пирамиды с вершинами $A(1,1,2)$, $B(1,1,5)$, $C(2,3,4)$, $D(5,4,5)$.
- Написать уравнение высоты ВН треугольника с вершинами $A(1,2)$, $B(1,5)$, $C(3,4)$.
- Найти угол ВАС треугольника АВС, если его площадь равна 2, $AB=4$, $AC=5$.
- Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{a} + 3\vec{b}$, если $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$ и угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{3}$.
- Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + 2y - 4 = 0$ и $5x - 3y + 6 = 0$ и перпендикулярной к первой из данных прямых.
- Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $(-3, 4, 1)$ и $(2, 1, -2)$.
- Найти длину фокальной хорды эллипса $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, перпендикулярной его большой оси.

Второй семестр:

- Найти прямолинейные образующие поверхности $4x^2 - y^2 = 16z$, пересекающиеся в точке $(2, 0, 1)$.
- Привести уравнение $9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать рисунок.
- Найти точки пересечения поверхности $x^2 + y^2 = z$ и прямой $x-1 = y+1 = \frac{z+6}{8}$.
- Привести уравнение $12x^2 - 12x - 32y - 29 = 0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать рисунок.
- Определить тип поверхности: $2x^2 + y^2 - 3z^2 + 4x - 4y = 0$.
- Привести уравнение $45x^2 - 36y^2 - 90x - 24y + 41 = 0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать рисунок.
- Найти уравнение и тип поверхности, получаемой вращением кривой $x^2 - y^2 = 2$ вокруг оси ОХ.

Примеры экзаменационных билетов.

(Задачи из приведенных выше или аналогичные им по типам и уровню сложности, сопоставляются теоретическим вопросам так, чтобы билет в целом затрагивал разные разделы курса.)

Первый семестр:

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра Алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина «Аналитическая геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Различные виды уравнения прямой на плоскости (с объяснением смысла параметров).
2. Исследование эллипса по его каноническому уравнению (вид, вершины, симметрии, фокусы, эксцентриситет).
3. Задача.

Зав. кафедрой _____

Экзаменатор_____

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра Алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина «Аналитическая геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Общее уравнение прямой на плоскости; геометрический смысл его коэффициентов.
2. Эллипс как геометрическое место точек (= «геометрическое свойство эллипса»).
3. Задача.

Зав. кафедрой _____

Экзаменатор_____

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра Алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина «Аналитическая геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Нормальное уравнение прямой. Расстояние на плоскости от точки до прямой.
2. Фокально-директориальное свойство эллипса.
3. Задача.

Зав. кафедрой _____

Экзаменатор_____

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра Алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина «Аналитическая геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Различные виды уравнения плоскости.
2. Понятие кривой второго порядка. Уничтожение в уравнении кривой второго порядка слагаемых с переменными в первой степени.
3. Задача.
- 4.

Зав. кафедрой _____
Экзаменатор _____

Второй семестр:

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра Алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина «Аналитическая геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Определение ортогональной матрицы и свойства ортогональных матриц.
2. Цилиндрическая поверхность, вид её уравнения, образующая, направляющая.
3. Задача.

Зав. кафедрой _____
Экзаменатор _____

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра Алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина «Аналитическая геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Определение понятия ортогонального инварианта квадрики. Список ортогональных инвариантов, достаточных для классификации квадрик.
2. Уравнение поверхности, образованной вращением плоской линии относительно оси.
3. Задача.

Зав. кафедрой _____
Экзаменатор _____

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра Алгебры, геометрии и дискретной математики
Дисциплина «Аналитическая геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Теорема об ортогональных инвариантах квадрики.
2. Эллипсоид вращения и трёхосный эллипсоид.
3. Задача.

Зав. кафедрой _____
Экзаменатор _____

6.5.Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник. – М.Наука, 1984. – 320 с. (Или любое более позднее издание.) Режим доступа:
https://e.lanbook.com/book/2109#book_namei_lineinoi_algebry.html

2. Веселов А.П., Троицкий Е.В. Лекции по аналитической геометрии. – Учебное пособие. – М. Изд-во Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ. 2002. – 160 с. (Или любое более позднее издание.) Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/92692#authors>

3. Щубербiller О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М. Наука, 1970. – 336 с. (Или любое более позднее издание.) (60 экз).Книга также доступна по адресу: <https://e.lanbook.com/book/430#authors>

б) дополнительная литература:

1. Беклемишиева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука. 1987. – 496 с. (Или любое более позднее издание.) Режим доступа:
<https://e.lanbook.com/book/97281#authors>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению «02.03.01. Математика и компьютерные науки».

Автор (ы) к. ф.-м. н., доцент

Полотовский Г.М.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой АГДМ д.ф-м.н, профессор

Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики

от _____ года, протокол № _____.