МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

И.О. декана _____ Малышев А.И.

«____» _____ 20___г.

Рабочая программа дисциплины

«Математический анализ»

Уровень высшего образования

бакалавриат

Направление подготовки
03.03.02 - Физика

Профиль подготовки
«Кристаллофизика»

Квалификация (степень) выпускника

бакалавр

Форма обучения - очная

Нижний Новгород

2017 Год

(год поступления 2015)

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательным дисциплинам базовой части профессионального цикла основной образовательной программы по направлению 03.03.02 «Физика», профидь «Кристаллофизика», изучается на 1,2 году обучения в 1-3 семестрах. Математический анализ является первым математическим курсом, наряду с аналитической геометрией и линейной алгеброй, которые изучаются студентами, обучающимися по направлению подготовки «Физика». Именно в нем закладывается фундамент математического образования физиков, это определяет его важнейшую роль во всей системе образования для данного направления подготовки. В перечень дисциплин, в которых будут использованы знания по математическому анализу, входят практически все курсы и дисциплины, изучаемые на физическом факультете: общая физика, теоретическая механика, теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, методы математической физики, электродинамика, термодинамика и статистическая физика, а также большинство дисциплин специализации.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	*ЗНАТЬ* *З1 (ОПК-2)* основополагающие принципы, понятия и факты математического анализа; дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких вещественных переменных; теорию числовых и функциональных рядов; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач; приложения математических методов к классическим задачам физики. *УМЕТЬ* *У1 (ОПК-2)* применять методы и приемы решения задач из различных разделов математического анализа; применять математические методы для решения задач физики; использовать адекватный математический аппарат; выполнять математическую обработку результатов экспериментов; выполнять приближенные вычисления и оценивать их погрешность; использовать методы математического моделирования в практической деятельности; самостоятельно работать с математической литературой. ВЛАДЕТЬ *В1 (ОПК-2)* навыками применения понятий и конструкций математического анализа к решению конкретных задач, методами решения прикладных задач,

	современными знаниями о математическом анализе и его приложениях.

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 16 зачетных единиц, всего 576 часов, из которых 264 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (144 часов занятия лекционного типа, 112 часов занятия семинарского типа, в том числе 6 часов – текущий контроль, 8 часов – мероприятия промежуточной аттестации), 312 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Структура дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	**Всего (часы)**	**В том числе**				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				**Самостоятельная работа обучающегося, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего**	
	1 семестр очное					
Тема 1. Введение в анализ	35	4	6		10	25
Тема 2. Пределы последовательности и функции. Непрерывность функции.	57	20	12		32	25
Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	59	20	14		34	25
Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной.	62	20	16		36	26
В т.ч.текущий контроль	2					
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен						
	2 семестр очное					
Тема 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	35	4	6		10	25
Тема 6. Кратные интегралы.	57	20	12		32	25
Тема 7. Криволинейные и поверхностные интегралы.	59	20	14		34	25
Тема 8.	62	20	16		36	26

Интегралы несобственные и зависящие от параметра.						
В т.ч.текущий контроль	2					
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен						
	3 семестр очное					
Тема 9. Числовые, функциональные и степенные ряды.	70	10	10		20	50
Тема 10. Ряд и интеграл Фурье. Элементы теории обобщенных функций.	72	6	6		12	60
В т.ч.текущий контроль	2					
Промежуточная аттестация – экзамен						

Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в анализ

Предмет математики. Физические явления как источник математических понятий. Понятие множества, операции с множествами. Функция действительного переменного, область определения и область изменения, способы задания функции. Графики основных элементарных функций (прямая, парабола, кубическая парабола, окружность, гипербола, показательная и логарифмическая функции, тригонометрические функции). Обратные тригонометрические функции и их свойства. Преобразование графиков. Построение графиков с помощью цепочки преобразований. Действия с графиками. График сложной функции. График функции, заданной параметрически. Полярные координаты.

Тема 2. Пределы последовательности и функции. Непрерывность функции

Понятие последовательности действительных чисел. Предел последовательности. Геометрический смысл предела последовательности. Теорема о единственности предела. Ограниченность сходящейся последовательности. Предельные переходы в равенствах и неравенствах. Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности, число е. Понятие подпоследовательности, частичные пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности. Вычисление пределов последовательностей.

Предел функции действительного переменного по Коши и по Гейне. Геометрический смысл предела функции действительного переменного. Односторонние пределы. Свойства пределов функций. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших функций. Эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие функции. Вычисление пределов, в частности, применение замены на эквивалентную функцию и метода выделения главной части при вычислении пределов.

Непрерывность функции действительного переменного в точке и на множестве. Арифметические действия с непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Сохранение знака непрерывной функции; существование корня у функции, принимающей на концах отрезка значения разных знаков; теорема о промежуточных значениях. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции и о достижении непрерывной функции на отрезке своих точных верхней и нижней граней. Рав-

номерная непрерывность. Теорема Кантора. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производные и односторонние производные, бесконечные производные. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования и таблица производных. Дифференциал и его геометрический смысл. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование, производная степенно-показательной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Инвариантность формы первого и неинвариантность формы высших дифференциалов. Параметрически заданные функции и их дифференцирование. Производная функции, заданной неявно. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора и формула Маклорена. Разложения по формуле Маклорена основных элементарных функций. Приложения формулы Тейлора. Признаки монотонности функции на промежутке. Экстремумы и правила их нахождения. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба. Асимптоты. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков.

Кривые на плоскости и в пространстве: понятие длины кривой, натуральный параметр, достаточное условие спрямляемости кривой, кривизна кривой, радиус и центр кривизны.

Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной

Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Техника интегрирования (непосредственное интегрирование с помощью таблиц, метод разложения, замена переменной, интегрирование по частям, приведение квадратного трехчлена к каноническому виду). Разложение многочлена с действительными коэффициентами на множители. Представление правильной рациональной дроби в виде суммы простейших рациональных дробей. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Сведение интегралов от иррациональных и тригонометрических функций к интегрированию рациональных функций.

Определенный интеграл. Условие существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Приложение определенного интеграла к вычислению длин дуг, площадей плоских фигур, объемов и площадей поверхности тел вращения.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Понятие функции двух переменных, ее геометрическое изображение. Функции трех и более переменных. Понятие n-мерного арифметического пространства, евклидова пространства, норма, метрика, скалярное произведение.

Предел и непрерывность. Двойные и повторные пределы. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Частные производные. Дифференцируемость функции многих переменных. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости функции многих переменных. Производная сложной функции. Дифференциал функции многих переменных, применение дифференциалов к приближенным вычислениям. Производная по направлению. Градиент. Связь производной по направлению с градиентом. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора. Экстремум.

Неявные функции. Теоремы о существовании неявной функции. Функциональные определители. Существование системы неявных функций. Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа. Замена переменных в дифференциальных выражениях.

Тема 6. Кратные интегралы

Определение двойного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Приведение двойного интеграла к повторному. Криволинейные координаты на плоскости. Полярные и эллиптические координаты. Замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл. Сведение тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Мера Жордана. Измеримые множества. Необходимое и достаточное условие измеримости множества на плоскости. Приложения двойных и тройных интегралов: вычисление площади плоской фигуры, объема тела, площади поверхности, массы, координат центра масс, статических моментов и моментов инерции.

Тема 7. Криволинейные и поверхностные интегралы

Определение криволинейных интегралов. Основные формулы вычисления криволинейных интегралов. Циркуляция вектора. Вычисление работы силы. Формула Грина. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов. Условия независимости криволинейного интеграла от пути. Определения поверхностных интегралов первого и второго рода. Вычисление поверхностных интегралов. Поток вектора через поверхность. Скалярные и векторные поля. Теорема Гаусса-Остроградского, ее векторная форма. Дивергенция векторного поля и ее инвариантное определение. Теорема Стокса и ее векторная форма. Ротор и его инвариантное определение.

Тема 8. Интегралы несобственные и зависящие от параметра

Определение несобственных интегралов первого и второго рода. Эталонные интегралы. Свойства сходящихся интегралов. Критерии сходимости несобственных интегралов. Достаточные признаки сходимости несобственных интегралов. Мажорантный признак сравнения. Предельный признак сравнения. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признак Абеля. Признак Дирихле. Расширение методов интегрирования на несобственные интегралы. Замена переменных. Интегрирование по частям. Главное значение несобственного интеграла. Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Несобственные интегралы от параметра. Интегралы Эйлера первого и второго рода. Вычисление интегралов с помощью Бета- и Гамма-функций.

Тема 9. Числовые, функциональные и степенные ряды

Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерии сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости: мажорантный и предельный признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный, Дирихле, Абеля. Абсолютная и условная сходимость. Умножение рядов. Перестановка членов ряда. Функциональные последовательности и ряды функций. Поточечная и равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование равномерно сходящихся рядов. Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенного ряда внутри области сходимости. Ряд Тейлора и Маклорена. Стандартные разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Приближенные вычисления с помощью рядов значений функций, интегралов, решение алгебраических и дифференциальных уравнений.

Тема 10. Ряд и интеграл Фурье. Элементы теории обобщенных функций.

Постановка задачи. Гильбертово пространство. Скалярное произведение и норма функции. Поточечная, равномерная сходимость и сходимость в среднем последовательностей и рядов. Ортогональные и ортонормированные элементы пространства со скалярным произведением. Ряд Фурье по ортогональной и ортонормированной системам функций. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя. Условие сходимости ряда Фурье. Равенство Парсеваля. Замкнутые и полные ортогональные системы элементов в пространстве со скалярным произведением. Тригонометрический ряд Фурье для 2π – периодических функций. Разложение четной и нечетной функции в тригонометрический ряд Фурье. Тригонометрический ряд Фурье для функций произвольного периода. Комплексная форма ряда Фурье. Поточечная и равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье. Полнота тригонометрической системы функций.

Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье. Достаточные признаки сходимости интеграла Фурье. Представление функции интегралом Фурье. Представление четной и нечетной функции интегралом Фурье. Комплексное прямое и обратное преобразования Фурье. Синус-преобразования Фурье и косинус-преобразования Фурье.

Элементы теории обобщенных функций. Класс основных функций. Обобщенные функции как функционалы над пространством основных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дельта-функция. Действия с обобщенными функциями. Преобразование Фурье обобщенных функций.

4. Образовательные технологии

Основной формой обучения является лекционно-семинарская. Целью лекций является изложение теоретического материала и иллюстрация его примерами и задачами. Основным теоретическим положениям сопутствуют пояснения об их приложениях к другим разделам математики и физики. Во время лекционных занятий ведется активный диалог со слушателями, используется проблемное изложение материала.

Лекция-информация. Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

Лекция-беседа, или «диалог с аудиторией», является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Эта лекция предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей обучаемых. Вопросы могут, быть информационного и проблемного характера, для выяснения мнений и уровня осведомленности по рассматриваемой теме, степени их готовности к восприятию последующего материала. Вопросы адресуются всей аудитории. Слушатели отвечают с мест. Если преподаватель замечает, что кто-то из обучаемых не участвует в ходе беседы, то вопрос можно адресовать лично тому слушателю, или спросить его мнение по обсуждаемой проблеме. Для экономии времени вопросы рекомендуется формулировать так, чтобы на них можно было давать однозначные ответы. С учетом разногласий или единодушия в ответах преподаватель строит свои дальнейшие рассуждения, имея при этом возможность, наиболее доказательно изложить очередное понятие лекционного материала.

Вопросы могут быть как простыми для того, чтобы сосредоточить внимание слушателей на отдельных аспектах темы, так и проблемные. Обучаемый, продумывая ответ на заданный вопрос, получает возможность самостоятельно прийти к тем выводам и обобщениям, которые преподаватель должен был сообщить им в качестве новых знаний, либо понять важность обсуждаемой темы, что повышает интерес, и степень восприятия материла слушателями.

Во время проведения лекции-беседы задаваемые вопросы не должны оставаться без ответов, иначе они будут носить риторический характер, не обеспечивая достаточной активизации мышления обучаемых. Наиболее проблемные вопросы могут быть вынесены на самостоятельную работу студентов, проверку которой преподаватель осуществляет в рамках текущего контроля успеваемости и/или промежуточной аттестации.

Эффективность лекции-беседы в условиях группового обучения снижается из-за того, что не всегда удается каждого обучаемого вовлечь в двусторонний обмен мнениями.

Лекция-консультация – по типу **«вопросы—ответы—дискуссия»**, является трояким сочетанием: изложение новой учебной информации лектором, постановка вопросов и организация дискуссии в поиске ответов на поставленные вопросы». Проводится в период работы обучающихся над проектной работой.

Лекция-консультация по типу **«вопросы—ответы»**. Лектор отвечает в течение лекционного времени на вопросы студентов по всем разделу или всему курсу. Проводится перед защитой проектных работ и промежуточной аттестацией.

При проведении практических занятий, используются образовательные технологии: проблемные, проектировочные, дискуссионные, организационно-деятельностные занятия, внеаудиторная самостоятельная работа.

При проведении практических занятий используются индивидуальные и групповые формы работы; работа в малых группах; выполнение заданий в паре; взаимопроверка выполненных задач. Принципами организации учебного процесса являются: активное участие слушателей в учебном процессе; проведение практических занятий, определяющих приобретение навыков решения практических задач; приведение примеров применения изучаемого теоретического материала к реальным практическим ситуациям.

Комплексное использование в учебном процессе всех вышеназванных технологий стимулирует личностную, интеллектуальную активность, развивает познавательные процессы, способствует формированию компетенций, которыми должен обладать будущий бакалавр.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

5.1. Виды самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Математический анализ» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий, подготовку к контрольным работам, зачету и экзамену.

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач, подготовке ответов на вопросы самоконтроля. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Самостоятельная работа под контролем преподавателя направлена на активизацию познавательной деятельности студента и установление «обратной связи» между студентом и преподавателем.

В данной программе разработаны проекты по конкретным темам дисциплины, позволяющие студентам глубже изучить данный раздел программы, способствующие воспитанию у них способности принимать самостоятельные решения. Для проведения текущего контроля сформированности компетенции используются защиты индивидуальных или групповых проектов, кейс-задания, то есть задания на принятие решения в нестандартной ситуации (ситуа-

ции выбора, многоальтернативности решений, проблемной ситуации). Приведены задания для контрольных работ, отчётов по разделам дисциплины.

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач, подготовке ответов на вопросы самоконтроля. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

5.2 Методические указания для обучающихся

Изучение теоретического материала определяется рабочей учебной программой дисциплины, календарным планом изучения дисциплины и перечнем литературы. При подготовке к занятиям рекомендуется повторить материал предшествующих тем рабочего учебного плана, а также материал предшествующих учебных дисциплин, который служит базой изучаемого раздела данной дисциплины. *При подготовке к практическому занятию* необходимо изучить материалы лекции, рекомендованную литературу. Изученный материал следует проанализировать в соответствии с планом занятия, затем проверить степень усвоения содержания вопросов.

Практические занятия неразрывно связаны с домашними заданиями как основным видом текущей самостоятельной работы, являясь, в сочетании с систематическим изучением теоретического материала, основой рейтинговой оценки знаний, фиксируемой в промежуточной и итоговой аттестациях.

Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

– повторение пройденного учебного материала, чтение рекомендованной литературы;
– подготовку к практическим занятиям;
– выполнение общих и индивидуальных домашних заданий;
– работу с электронными источниками;
– подготовку к сдаче экзамена (зачета).

Планирование времени на самостоятельную работу важно осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом повторение пройденного материала.

При подготовке к экзамену (зачету) следует руководствоваться перечнем вопросов для подготовки к итоговому контролю по курсу. При этом необходимо уяснить суть основных понятий дисциплины.

Самостоятельная работа студентов, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый в лекционной части курса. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска, в том числе в сетевых Интернет-ресурсах.

Существует несколько методов работы с литературой.

Один из них – метод повторения: смысл прочитанного текста можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются.

Наиболее эффективный метод – метод осознанного запоминания: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке. Чтобы основательно обработать информацию, важно произвести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

5.3 Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и

промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Первый семестр.

1. Метод математической индукции, вывод формул общего члена и суммы арифметической и геометрической прогрессий.
2. Бином Ньютона.
3. Аксиоматическое задание и свойства множества действительных чисел.
4. Модуль действительного числа и его свойства.
5. Ограниченные и неограниченные множества. Понятие точных верхней и нижней граней числового множества.
6. Понятие функции, способы задания функций. Обратная функция, примеры.
7. Элементарные свойства функций: монотонность, периодичность, симметрия.
8. Понятие предела числовой последовательности (4 определения с примерами).
9. Единственность предела числовой последовательности.
10. Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
11. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
12. Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Число e.
13. Теорема о предельном переходе в неравенствах.
14. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
15. Арифметические действия над пределами последовательностей.
16. Определение предела функции по Коши и по Гейне.
17. Свойства пределов функций.
18. Первый замечательный предел и его следствия.
19. Второй замечательный предел и его следствия.
20. Эквивалентные функции, сравнение бесконечно малых.
21. Применение метода замены на эквивалентную функцию и метода выделения главной части при вычислении пределов.
22. Односторонние пределы.
23. Определения непрерывности функции в точке.
24. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
25. Точки разрыва функции и их классификация.
26. Определение производной функции в точке. Таблица производных (с выводом).
27. Правила вычисления производной.
28. Односторонние производные. Связь непрерывности функции в точке с существованием конечной производной.
29. Физический смысл производной.
30. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормальной прямых к графику функции.
31. Логарифмическое дифференцирование.
32. Понятие дифференцируемости функции в точке.
33. Критерий дифференцируемости. Формула для вычисления дифференциала.
34. Правила вычисления дифференциала, свойство инвариантности дифференциала первого порядка.
35. Геометрический смысл дифференциала.
36. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
37. Производные высших порядков, правила их вычисления.
38. Производная от функции, заданной параметрически.
39. Производная от функции, заданной неявно.
40. Дифференциалы высших порядков и их свойства.
41. Теорема Ферма.
42. Теорема Ролля.

43. Теорема Лагранжа.
44. Теорема Коши.
45. Правила Лопиталя.
46. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена.
47. Стандартные разложения по формуле Маклорена.
48. Приложения формулы Тейлора.
49. Условия постоянства функции на промежутке.
50. Определение функции, монотонной на промежутке. Критерии строгой и нестрогой монотонности.
51. Определение точки локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
52. Определение выпуклости функции на промежутке. Критерии выпуклости.
53. Точки перегиба. Необходимые и достаточные условия точки перегиба.
54. Асимптоты вертикальные, наклонные и горизонтальные.
55. Схема исследования функции и построения ее графика.
56. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции.
57. Понятие кривой и ее длины. Достаточное условие спрямляемости кривой.
58. Натуральный параметр. Эквивалентность бесконечно малых элементов дуги, касательной и хорды.
59. Кривизна кривой; радиус, центр и круг кривизны. Эволюта и эвольвента.
60. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Правила вычисления неопределенных интегралов.
61. Таблица интегралов.
62. Замена переменной в неопределенном интеграле. Примеры.
63. Правило интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Примеры.
64. Комплексные числа, действия над ними. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.
65. Разложение многочленов на множители.
66. Рациональные функции. Правильные и неправильные дроби. Выделение целой части для неправильной дроби.
67. Простейшие рациональные дроби. Разложение правильной дроби на простейшие.
68. Интегрирование простейших рациональных дробей (4 типа).
69. Алгоритм вычисления неопределенного интеграла от рациональной функции. Методы нахождения неопределенных коэффициентов.
70. Интегрирование иррациональных функций.
71. Подстановки Эйлера.
72. Интегрирование дифференциального бинома.
73. Вычисление интегралов от тригонометрических функций.
74. Задача о массе стержня.
75. Понятие определенного интеграла Римана.
76. Геометрический смысл определенного интеграла.
77. Свойства определенного интеграла.
78. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
79. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
80. Замена переменной в определенном интеграле.
81. Понятие несобственного интеграла. Примеры.
82. Общая схема приложений определенного интеграла.
83. Площадь фигуры в декартовых координатах и в случае параметрического задания функции.
84. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.
85. Длина дуги кривой, заданной параметрически, в декартовых координатах.
86. Длина дуги в полярных координатах.

87. Объём тела через площадь поперечного сечения. Объём тела вращения.
88. Площадь поверхности тела вращения.
89. Вычисление статических моментов и центров тяжести кривых, а также плоских фигур.

Второй семестр.

1. Пространство $\mathbf{R^n}$, его основные свойства.
2. Функции многих переменных: область определения, предел, непрерывность.
3. Определение частных производных, примеры вычисления по определению, геометрический смысл.
4. Дифференцируемость функции многих переменных: необходимые условия дифференцируемости; достаточные условия дифференцируемости.
5. Дифференциал первого порядка: вычисление и основные свойства.
6. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
7. Дифференцирование сложной функции одной и нескольких переменных.
8. Производная неявной функции.
9. Уравнения касательной плоскости и нормальной прямой в случаях, когда поверхность задана явно и неявно.
10. Градиент, производная по направлению; их геометрический смысл.
11. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
12. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
13. Экстремум функции двух переменных.
14. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой ограниченной области.
15. Условный экстремум.
16. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
17. Задача о массе плоской пластины. Определение двойного интеграла. Геометрический смысл. Классы интегрируемых функций.
18. Свойства двойного интеграла.
19. Вычисление двойного интеграла.
20. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.
21. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь в криволинейных координатах.
22. Вычисление объёмов тел.
23. Понятие площади поверхности. Вычисление площади поверхности.
24. Задача о массе пространственного тела. Определение тройного интеграла. Геометрический смысл. Классы интегрируемых функций.
25. Свойства тройного интеграла.
26. Вычисление тройного интеграла.
27. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.
28. Вычисление объемов тел. Объем в криволинейных координатах.
29. Криволинейные интегралы первого и второго рода: понятие, вычисление, свойства.
30. Формула Грина.
31. Моменты и центр тяжести для плоской фигуры, тела в пространстве, плоской кривой и ограниченной поверхности.
32. Условия независимости криволинейного интеграла от пути. Нахождение полного дифференциала. Потенциальные векторные поля.
33. Поверхностные интегралы 1 рода: определение, свойства, вычисление.
34. Поверхностные интегралы 2 рода: определение, свойства, вычисление.
35. Физический смысл поверхностного интеграла. Поток вектора через поверхность.
36. Формула Остроградского-Гаусса.
37. Дивергенция векторного поля, ее свойства. Физический смысл формулы Остроградского-Гаусса.
38. Векторные линии и векторные трубки. Соленоидальные (трубчатые) векторные поля.

39. Ротор векторного поля, его свойства. Показать, что поле ротора является соленоидальным.
40. Циркуляция векторного поля. Формула Стокса.
41. Определение и примеры несобственных интегралов 1 и 2 рода.
42. Критерии сходимости для несобственных интегралов (3 штуки).
43. Признаки сравнения для несобственных интегралов.
44. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.
45. Признаки Дирихле и Абеля.
46. Понятие о несобственных кратных интегралах, вычисление интеграла Пуассона.
47. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, предельный переход, интегрирование и дифференцирование по параметру под знаком интеграла.
48. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Определение сходимости и равномерной сходимости, связь между ними. Признак Вейерштрасса для равномерной сходимости.
49. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
50. Непрерывность несобственных интегралов, зависящих от параметра, предельный переход под знаком такого интеграла.
51. Интегрирование и дифференцирование несобственных интегралов, зависящих от параметра,
52. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению интегралов без параметра.
53. Гамма-функция Эйлера и ее свойства.
54. Бета-функция Эйлера и ее свойства.

Третий семестр.

1. Понятие числового ряда и его суммы. Геометрический ряд.
2. Критерии сходимости числового ряда.
3. Необходимое условие сходимости.
4. Признаки сравнения для положительных рядов.
5. Признак Даламбера.
6. Признак Коши радикальный.
7. Интегральный признак.
8. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного числового ряда.
9. Признак Лейбница для условной сходимости.
10. Признаки Даламбера и Коши для рядов произвольного знака.
11. Признаки Дирихле и Абеля.
12. Понятие поточечной и равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса для равномерной сходимости.
13. Степенной ряд. Вид области сходимости степенного ряда.
14. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
15. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда, ее следствие для степенного ряда.
16. Теорема об интегрировании функционального ряда, ее следствие для степенного ряда.
17. Теорема о дифференцировании функционального ряда, ее следствие для степенного ряда.
18. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций.
19. Приложения рядов Тейлора: приближенное вычисление значений функций, интегралов, нахождение пределов, решение дифференциальных уравнений.
20. Тригонометрические ряды. Теорема о том, что равномерно сходящийся тригонометрический ряд является рядом Фурье для своей суммы.

21. Разложение в тригонометрический ряд Фурье 2π – периодических функций общего вида.
22. Разложение в тригонометрический ряд Фурье 2π – периодических четных и нечетных функций.
23. Разложение в тригонометрический ряд Фурье функций произвольного периода.
24. Тригонометрические ряды Фурье на произвольном промежутке.
25. Формулы Дирихле для частичных сумм ряда Фурье.
26. Теорема о поточечной сходимости тригонометрического ряда Фурье.
27. Ряды Фурье по произвольной ортогональной системе.
28. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье.
29. Неравенство Бесселя.
30. Ряды Фурье в комплексной форме.
31. Интеграл Фурье в действительной и комплексной форме.
32. Преобразование Фурье.
33. Понятие обобщенной функции, примеры регулярной и сингулярной обобщенных функций.
34. Действия над обобщенными функциями. Производная от обобщенной функции, примеры ее вычисления.

6. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**, включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Оценка уровня формирования компетенции ОПК-2

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
Знать: З1(ОПК2) основополагающие принципы, понятия и факты математического анализа; дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких вещественных переменных; теорию числовых и функциональных рядов; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач; приложения математических методов к классическим задачам физики. Уметь У1(ОПК2) решать математические задачи, аналогичные ранее изученным; У2(ОПК2) решать математические задачи, не аналогичные ранее изученным, но тесно примыкающие к ним;	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.	Плохой уровень формирования компетенции - «Плохо»
	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень формирования компетенции –«неудовлетворительно»
	Знать основные понятия и факты математического анализа с рядом негрубых ошибок. **Уметь** У1,У2 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** базовыми знаниями фундаментальных разделов ма-	Удовлетворительный уровень формирования компетенции - «Удовлетворительно»

У3(ОПК2) решать математические задачи, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности; У4(ОПК2) решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления; У5(ОПК2) решать сложные математические задачи, составлять и анализировать математические модели физических явлений с привлечением дополнительного учебного материала. Владеть В1(ОПК2) навыками применения понятий и конструкций математического анализа к решению конкретных задач, методами решения прикладных задач, современными знаниями о математическом анализе и его приложениях.	тематики, навыками применения понятий и конструкций математического анализа к решению конкретных задач.	
	Знать основные понятия и факты математического анализа; дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких вещественных переменных; теорию числовых и функциональных рядов; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач с рядом заметных погрешностей. **Уметь** У1,У2 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Хороший уровень формирования компетенции -«Хорошо»
	Знать основные понятия и факты математического анализа; дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких вещественных переменных; теорию числовых и функциональных рядов; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач с незначительными погрешностями. **Уметь** У1,У2,У3 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Очень хороший уровень формирования компетенции - «Очень хорошо»
	Знать основные понятия и факты математического анализа; дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких вещественных переменных; теорию числовых и функциональных рядов; основные понятия, формулы, теоремы; методы реше-	Отличный уровень формирования компетенции - «Отлично»

	ния математических задач без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1,У2,У3,У4,У5. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.	
	Знать основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1-У5. Свободно **владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.	Превосходный уровень формирования компетенции - «Превосходно»

Карта компетенций для оценивания умений и навыков

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Умения У1(ОПК2), У2(ОПК2), У3(ОПК2), У4(ОПК2), У5(ОПК2)	отсутствует способность решения стандартных задач	наличие грубых ошибок при решении стандартных задач	способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками	способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями	способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей	Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач	способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач
Навыки В1(ОПК2)	полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенци-	отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных	наличие минимально необходимого множества навыков	наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных	наличие всех основных навыков, продемонстрированных в стан-	наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных	Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных

	ей	данной компе-тенцией		ситуациях	дартных ситуа-циях	ситуа-циях	и не-стан-дартных ситуа-циях

6.2 Описание шкал оценивания

Критерии оценок экзамена:

Оценка *отлично* – исчерпывающее владение программным материалом, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений, твѐрдое знание основных положений дисциплины, умение применять концептуальный аппарат при анализе актуальных проблем. Логически последовательные, содержательные, конкретные ответы на все вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, свободное владение источниками. Практическая часть курса успешно выполнена.

Оценка *хорошо* – достаточно полные знания программного материала, правильное понимание сути вопросов, знание определений, умение формулировать тезисы и аргументы. Ответы последовательные и в целом правильные, хотя допускаются неточности, поверхностное знакомство с отдельными теориями и фактами, достаточно формальное отношение к рекомендованным для подготовки материалам. Практическая часть курса успешно выполнена.

Оценка *удовлетворительно* – фрагментарные знания, расплывчатые представления о предмете. Ответ содержит как правильные утверждения, так и ошибки, возможно, грубые. Испытуемый плохо ориентируется в учебном материале, не может устранить неточности в своем ответе даже после наводящих вопросов. Практическая часть курса успешно выполнена.

Оценка *неудовлетворительно* – отсутствие ответа хотя бы на один из основных вопросов, либо грубые ошибки в ответах, полное непонимание смысла проблем, не достаточно полное владение терминологией. Практическая часть курса не выполнена или выполнена не в полном объеме.

Критерии оценок зачета:

зачтено – успешное выполнение практических заданий, выданных преподавателем, владение программным материалом, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений, умение самостоятельно обозначить точки активного роста нового знания.

незачтено – невыполнение практических заданий, выданных преподавателем, полное непонимание смысла проблем, не достаточно полное владение терминологией, неумение самостоятельно обозначить проблемные ситуации.

6.2. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,
- устные и письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания (далее – ПКЗ), включающих одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

По сложности ПКЗ разделяются на простые и комплексные задания.

Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия. Простые задания применяются для оценки умений. Комплексные задания требуют многоходовых решений как в типичной, так и в нестандартной ситуациях. Это задания в открытой форме, требующие поэтапного решения и развернутого ответа. Комплексные практические задания применяются для оценки владений.

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Пример задания для зачёта по курсу «Математический анализ» в первом семестре для оценивания результатов обучения в виде умений У1(ОПК2) и владений В1(ОПК2) формирования ОПК-2.

1. Вычислить пределы

1) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\sqrt[3]{(1-\sin x)^2}}$, 2) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$, 3) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}-0}(tgx)^{ctgx}$.

2. Найти производную $\begin{cases} x = e^t\cos t \\ y = e^t\sin t \end{cases}$ $y'(x) = ?$

3. Исследовать функцию $y = \dfrac{x^2-5}{x-3}$ и построить её график.

4. Вычислить интегралы:

1) $\int \dfrac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$, 2) $\int (x^2-2x+5)e^{-x}dx$, 3) $\int \dfrac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$.

Пример экзаменационного билета (первый семестр) на оценивание *З1(ОПК2), У1(ОПК2).*

Институт ИТММ Нижегородского государственного университета им Н.И. Лобачевского

Кафедра ОУиМФ Дисциплина Математический анализ

Экзаменационный билет №19.

1) Определение производной функции в точке. Вывод производных от тригонометрических функций.
2) Понятие определенного интеграла Римана, его физический смысл.
3) Вычислить дифференциал функции $y = 3x - \ln\left(1 + \sqrt{1 - e^{6x}}\right)$.

Зав. кафедрой_____

Экзаменатор_____

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.
http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Галкина С.Ю., Галкин О.Е., Круглова С.С. Теория пределов. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Электронное учебно-методическое пособие. 2010 г. Нижний Новгород. ННГУ. Регистрационный номер 226.10.06. Адрес ресурса в интернете: www.unn.ru/books/met_files/MA1_KGG.pdf
2. Галкина С.Ю., Галкин О.Е. Неопределённый интеграл. Электронное учебно-методическое пособие. 2015 г. Нижний Новгород. ННГУ. Регистрационный номер 951.15.06. Адрес ресурса в интернете: www.unn.ru/books/met_files/NeoprInt.pdf
3. Галкина С.Ю., Галкин О.Е. Определённый интеграл и его приложения. Электронное учебно-методическое пособие. 2015 г. Нижний Новгород. ННГУ. Регистрационный номер 950.15.06. Адрес ресурса в интернете: www.unn.ru/books/met_files/OprInt.pdf
4. Галкина С.Ю., Галкин О.Е. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Курс лекций. Электронное учебно-методическое пособие. 2017 г. Нижний Новгород. ННГУ. Регистрационный номер 1468.17.06. Адрес ресурса в интернете: www.unn.ru/books/met_files/DifIsch.pdf
5. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Математический анализ функции многих переменных: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2014.

В библиотеке ННГУ 90 экз. Ссылка на каталог:

http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=467747

6. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Интегралы несобственные и зависящие от параметра. Ряды: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2014.

В библиотеке ННГУ 90 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=467655

7. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1985.

В библиотеке ННГУ 370 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=92714

б) дополнительная литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т. 1 – М.: Высшая школа, 1988.
В библиотеке ННГУ 370 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=364323
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т. 2 – М.: Высшая школа, 1988.
В библиотеке ННГУ 325 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=298122
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т. 3 – М.: Высшая школа, 1989.
В библиотеке ННГУ 168 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=93050
4. Солдатов М.А., Круглова С.С. Математический анализ функции одного переменного: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2013.
В библиотеке ННГУ 111 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=474881
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть 1, Часть 2 – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
В библиотеке ННГУ 55 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=31258
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=389760
6. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа, т.1 и т.2. – СПб.: Лань, 2008.
В библиотеке ННГУ 208 экз. Ссылка на каталог:
http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=298117

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

www.biblioclub.ru	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
www.elibrary.ru	Научная электронная библиотека
www.ebiblioteka.ru	Универсальные базы данных изданий

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде и в электронных библиотеках.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОПОП по направлению подготовки (профиль общий) 03.03.02 Физика

Автор:

доцент кафедры математической физики и оптимального управления, к.ф.-м.н.
_____ С. Ю. Галкина

Программа одобрена на заседании кафедры математической физики и оптимального управления Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от _____ года, протокол № _____.

Заведующий кафедрой математической физики и оптимального управления

д.ф.-м.н., профессор М.И. Сумин _____

Программа рекомендована на заседании кафедры _____ от _____года, протокол № _____

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета от _____года, протокол № _____