

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики
и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«16» июня 2021 г. № 8

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Уровень высшего образования
бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

09.03.04 Программная инженерия

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Разработка программно-информационных систем

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород
2021

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина <i>Б1.О.06 Дискретная математика</i> относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.04. Программная инженерия.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	Знать различные способы представления информации о дискретных объектах в памяти ЭВМ	Задачи, тесты, контрольные работы
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Уметь переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей.	Задачи, тесты, контрольные работы
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	знать понятия и утверждения дисциплины «Дискретная математика»: 1) основные операции над множествами, законы и тождества алгебры множеств; 2) свойства бинарных отношений; 3) теорему о факторизации для отношений эквивалентности; 4) свойства конечных упорядоченных множеств; 5) свойства отображений: инъекцию, сюръекцию, биекцию; 6) понятия счетного множества и множества мощности континуум; 7) теорему Кантора о существовании несчетного множества;	Задачи, тесты, контрольные работы

	<p>ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>	<p>8) основные правила комбинаторики: правила равенства, суммы, произведения, принцип последовательного выбора;</p> <p>9) основные понятия комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания с повторениями и без повторений, формулы для вычисления их числа;</p> <p>10) бином Ньютона и треугольник Паскаля;</p> <p>11) принцип включения-исключения;</p> <p>12) понятия упорядоченного и неупорядоченного разбиения, формулы для вычисления числа разбиений с заданной спецификацией;</p> <p>13) общий вид линейного рекуррентного уравнения, формулы для решения линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами первого и второго порядка;</p> <p>14) типы графов, способы задания графов в памяти ЭВМ;</p> <p>15) понятие изоморфизма графов и инварианты при изоморфизме;</p> <p>16) метрические характеристики графа;</p> <p>17) важнейшие классы графов: деревья, эйлеровы, гамильтоновы, двудольные и планарные графы; критерии эйлеровости, двудольности и планарности графов.</p> <p>18) понятие логической функции и способы ее задания;</p> <p>19) основные законы булевой алгебры;</p> <p>20) нормальные формы и полиномы Жегалкина и способы их построения;</p> <p>21) теоремы о единственности совершенной дизъюнктивной нормальной формы (совершенной ДНФ) и полинома Жегалкина;</p> <p>22) понятия замыкания и замкнутого класса, важнейшие замкнутые классы;</p> <p>23) понятие полной системы функций, теорему Поста о функциональной полноте;</p> <p>24) понятия предполного класса и базиса, следствия из теоремы Поста о числе предполных классов и мощности базисов;</p> <p>25) понятие схемы из функциональных элементов и простейшие методы синтеза схем;</p> <p>26) понятие схемы алфавитного кодирования, префиксного кода;</p> <p>27) постановку задачи оптимального алфавитного кодирования и алгоритм Хаффмана ее решения;</p> <p>28) понятие конечного автомата;</p> <p>29) алгоритм детерминизации конечного автомата.</p> <p>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:</p> <p>1) решать уравнения и системы уравнений в алгебре множеств;</p> <p>2) определять свойства бинарных отношений,</p>	<p>Задачи, тесты, контрольные работы</p>
--	---	---	--

	<p><i>ОПК-1.3.</i> <i>Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</i></p>	<p><i>строить классы эквивалентности для отношений эквивалентности, диаграммы Хассе для отношений порядка, находить по диаграммам наибольший и наименьший, максимальные и минимальные элементы;</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <i>3) применять основные правила комбинаторики для подсчета числа комбинаторных объектов, обладающих заданными свойствами;</i> <i>4) решать линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами первого и второго порядка;</i> <i>5) применять комбинаторику к решению простейших задач подсчета вероятностей;</i> <i>6) находить метрические характеристики графа, распознавать свойства эйлеровости, двудольности, планарности графа, используя соответствующие критерии, строить код Прюфера для дерева;</i> <i>7) для логической функции строить нормальные формы и полином Жегалкина;</i> <i>8) распознавать принадлежность логической функции важнейшим замкнутым классам: сохраняющим константу 0, константу 1, линейных, самодвойственных, монотонных функций;</i> <i>9) применять теорему Поста и следствия из нее для распознавания полноты системы функций и построения базисов;</i> <i>10) для логической функции строить схемы из функциональных элементов, используя изученные методы построения схем;</i> <i>11) решать задачу оптимального алфавитного кодирования, используя алгоритм Хаффмана;</i> <i>12) строить конечные автоматы, допускающие последовательности символов с простейшими свойствами;</i> <i>13) строить детерминированный автомат по недетер-минированному.</i> <i>14) использовать методы дискретной математики при решении задач моделирования, анализа и конструирования программного обеспечения</i> <p><i>уметь доказывать ранее изученные математические утверждения;</i> <i>уметь проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</i> <i>уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности;</i> <i>уметь решать математические задачи, которые</i></p>	<p><i>Задачи, тесты, контрольные работы</i></p>
--	--	---	---

		<p>требуют некоторой оригинальности мышления.</p> <p>владеть различными методами и алгоритмами теории графов (метод поиска в ширину для построения метрических характеристик графа, алгоритм построения кода Прюфера для деревьев, алгоритм построения эйлера цикла).</p> <p>Владеть различными методами и алгоритмами теории функций алгебры логики (методы построения СДНФ и СКНФ, полинома Жегалкина, методы построения схем из функциональных элементов), теории кодирования (алгоритмы построения префиксных кодов с заданным набором длин элементарных кодов, алгоритм Хаффмана построения оптимального кода).</p>	
--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	9
Часов по учебному плану	324
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа	64
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	4
самостоятельная работа	120
Промежуточная аттестация – экзамен	72

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	

	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная
Множества: Операции над множествами, их свойства. Диаграммы Венна. Прямое (декартово) произведение множеств. Решение уравнений и систем уравнений в алгебре множеств. Множество слов в конечном алфавите. Бинарное отношение. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности, теорема о факторизации. Отношение порядка, максимальный и минимальный, наибольший и наименьший элементы упорядоченного множества. Линейный и частичный, лексикографический порядки. Диаграмма Хассе. Функциональные отношения, инъекция, сюръекция, биекция. Количественное сравнение бесконечных множеств. Счетные множества. Теорема Кантора о существовании несчетных множеств. Множества мощности континуум. Континуум-гипотеза Кантора.	49	12	12		24	25
Комбинаторика: Правила равенства, суммы и произведения, принцип последовательного выбора. Перестановки. Размещения и сочетания с повторениями и без повторений. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Упорядоченные разбиения с заданной спецификацией. Полиномиальная теорема. Принцип включения-исключения. Неупорядоченные разбиения, числа Стирлинга и Белла. Линейные рекуррентные уравнения. Элементарное введение в теорию вероятностей и применение комбинаторики к решению простейших задач подсчета вероятностей.	49	12	12		24	25
Графы: Типы графов. Способы задания графов в памяти ЭВМ. Изоморфизм, инварианты. Виды маршрутов. Связность, компоненты связности, шарниры, перешейки. Метрические характеристики графов, вычисление расстояний методом поиска в ширину. Эйлеровы и гамильтоновы циклы, критерий эйлеровости графа, алгоритм Флери построения эйлерова цикла. Деревья, их свойства. Теорема о центральных вершинах дерева. Код Прюфера. Формула Кэли для числа деревьев. Двудольные графы. Планарные графы. Грани, формула Эйлера и ее следствия. Критерии планарности Понтрягина-Куратовского и Вагнера. Книжная укладка графа в трехмерном пространстве.	44	8	8		16	28
Итого за 1 семестр	142	32	32		64	78
Текущий контроль (КСР)	2	2			2	
Промежуточная аттестация: экзамен	36				36	

Логические функции: Понятие логической функции. Табличное задание, число функций. Операции конъюнкции, дизъюнкции, отрицания, их логическая интерпретация. Основные законы булевой алгебры. Двойственность. Методы построения нормальных форм и полиномов, теоремы о единственности совершенной дизъюнктивной нормальной формы и полинома Жегалкина. Понятие суперпозиции. Замыкание и замкнутый класс. Полная система функций. Важнейшие замкнутые классы, теорема Поста о полноте. Понятия предполного класса и базиса, следствия из теоремы Поста о числе предполных классов и мощностях базисов. Понятие схемы из функциональных элементов (СФЭ), простейшие методы синтеза СФЭ для логических функций, оценки Шеннона для сложности схем. Двоичный сумматор.	52	16	16		32	20
Кодирование: Алфавитное кодирование. Свободные и префиксные коды. Неравенство Мак-Миллана – необходимое условие взаимной однозначности кода. Алгоритм Шеннона построения префиксного кода по спектру длин элементарных кодов. Задача оптимального кодирования, алгоритм Хаффмана построения оптимального префиксного кода.	28	8	8		16	12
Конечные автоматы и регулярные языки: Понятия конечного автомата и регулярного языка. Недетерминированные и детерминированные автоматы. Теорема о совпадении классов языков, распознаваемых недетерминированными и детерминированными конечными автоматами. Алгоритм детерминизации автомата.	26	8	8		16	10
Итого за 2 семестр	106	32	32		64	42
Текущий контроль (КСР)	2	2			2	
Промежуточная аттестация: экзамен	36				36	
Итого	324				204	120

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме тестов.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Дискретная математика» включает выполнение практических заданий контролем преподавателя и подготовку к зачету и экзамену.

Виды самостоятельной работы студентов

- Выполнение домашних практических заданий.
- Тестирование.
- Чтение справочной, методической и научной литературы.

- Подготовка к выполнению письменных контрольных работ.
- Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета или экзамена.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс (Дискретная математика, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1683>), созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных

	вследствие отказа обучающегося от ответа	навыки. Имели место грубые ошибки.	некоторыми недочетами.	некоторыми недочетами	ошибок и недочетов.	недочетов.	ых задач.
--	--	---------------------------------------	------------------------	-----------------------	---------------------	------------	-----------

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы (1 семестр)

Вопрос	Код компетенции
1. Понятие множества, основные способы задания множеств. Теоретико-множественные операции над множествами.	ОПК-1
2. Основные тождества алгебры множеств.	ОПК-1
3. Доказать, что $A \subseteq B$ тогда и только тогда, если $\overline{AB} = \emptyset$.	ОПК-1
4. Доказать, что $A = B$ тогда и только тогда, когда $A \otimes B = \emptyset$.	ОПК-1
5. Множество всех подмножеств множества. Теорема о числе подмножеств конечного множества.	ОПК-1

6. Прямое (декартово) произведение множеств. Теорема о мощности прямого произведения.	ОПК-1
7. Бинарные отношения. Способы задания бинарных отношений. Примеры.	ОПК-1
8. Важнейшие свойства бинарных отношений.	ОПК-1
9. Отношения эквивалентности. Примеры. Разбиение множества на классы эквивалентности.	ОПК-1
10. Отношения порядка. Примеры. Диаграмма Хассе. Наибольший (наименьший) элемент. Максимальный (минимальный) элемент.	ОПК-1
11. Линейные рекуррентные соотношения первого и второго порядка. Примеры.	ОПК-1
12. Основные правила комбинаторики.	ОПК-1
13. Сочетания, размещения, перестановки без повторений. Формулы для их вычисления.	ОПК-1
14. Разбиение множества. Число всех разбиений непустого множества заданной мощности.	ОПК-1
15. Сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формулы для их вычисления.	ОПК-1
16. Мощность объединения множеств. Формула включений-исключений для двух и трех множеств.	ОПК-1
17. Бином Ньютона. Следствия. Свойства биномиальных коэффициентов.	ОПК-1
18. Определение графа. Способы задания графов. Лемма о сумме степеней всех вершин графа.	ОПК-1
19. Изоморфизм графов. Основные инварианты изоморфизма.	ОПК-1
20. Пути, циклы. Лемма о существовании простого пути (цикла) в графе.	ОПК-1
21. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритм Флери.	УК-1
22. Деревья. Свойства деревьев. Код Прюфера., алгоритм его построения.	УК-1
23. Метрические характеристики связного графа.	УК-1

24. Плоские графы, планарные графы. Теорема Эйлера о связи числа вершин, ребер и граней плоского графа. Следствия теоремы.	УК-1
25. Критерии планарности графа Понтрягина-Куратовского и Вагнера.	УК-1

Вопросы к экзамену 1 семестр

Вопрос	Код компетенции
1. Понятие множества. Подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, дополнение. Свойства операций над множествами. Диаграммы Венна. Декартово (прямое) произведение множеств.	ОПК-1
2. Бинарные отношения. Свойства отношений: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Примеры отношений. Отношение эквивалентности. Теорема о факторизации.	ОПК-1
3. Отношение порядка. Максимальный и минимальный, наибольший и наименьший элементы упорядоченного множества. Линейный порядок. Диаграмма Хассе.	ОПК-1
4. Отображения. Свойства отображений: инъекция, сюръекция, биекция. Примеры отображений.	ОПК-1
5. Сравнение бесконечных множеств. Счетные множества. Примеры счетных множеств. Несчетные множества, пример несчетного множества. Множества мощности континуум. Теорема Кантора.	ОПК-1
6. Комбинаторика. Принципы подсчета (правила равенства, суммы, произведения). Наборы и слова. Перестановки, размещения. Принцип последовательного выбора.	ОПК-1
7. Комбинаторика. Сочетания. Бином Ньютона, биномиальные коэффициенты, их свойства. Треугольник Паскаля.	ОПК-1
8. Комбинаторика. Упорядоченные разбиения множеств. Число упорядоченных разбиений на k частей с заданными мощностями.	ОПК-1
9. Комбинаторика. Перестановки с повторениями с заданным составом. Полиномиальная теорема. Сочетания с повторениями.	ОПК-1
10. Комбинаторика. Формула включений-исключений. Неупорядоченные разбиения. Число Стирлинга второго рода, число Белла.	ОПК-1
11. Линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами первого и второго порядка. Методы их решения.	ОПК-1

12. Понятие графа. Типы графов. Подграфы. Способы задания графов в памяти ЭВМ: матрица смежности, списки смежности.	ОПК-1
13. Пути и циклы, расстояния в графах. Метрические характеристики графа: эксцентриситет, радиус, диаметр, центр. Нахождение эксцентриситетов методом поиска в ширину. Соотношения между диаметром и радиусом графа.	ОПК-1
14. Деревья и их свойства. Леса. Теорема о центре дерева. Код Прюфера, алгоритм его построения. Алгоритм восстановления дерева по коду Прюфера. Корневые деревья.	ОПК-1
15. Двудольные графы. Необходимое и достаточное условие двудольности графа.	УК-1
16. Эйлеровы графы. Необходимое и достаточное условие эйлеровости графа. Алгоритм Флери построения эйлерова цикла. Эйлеров путь. Критерий существования эйлерова пути в графе. Алгоритм построения эйлерова пути.	УК-1
17. Планарные графы. Грани, формула Эйлера и ее следствия. Критерии планарности Понтрягина-Куратовского и Вагнера (без доказательств).	УК-1

Вопросы к экзамену 2 семестр

Вопрос	Код компетенции
1. Логические функции. Табличное задание, число функций от n переменных. Существенные и фиктивные переменные. Равные функции. Элементарные функции от одной и двух переменных. Тождества алгебры логики, характеризующие свойства элементарных функций.	ОПК-1
2. Булевы формулы. Основные тождества алгебры логики. Принцип двойственности. Нормальные формы: ДНФ и КНФ. Совершенная ДНФ (СДНФ). Построение СДНФ по таблице. Теорема существования. Совершенная КНФ (СКНФ). Построение СКНФ по таблице.	ОПК-1
3. Полиномы Жегалкина. Единственность. Методы построения полинома Жегалкина.	ОПК-1
4. Полнота системы функций. Теорема сведения. Примеры полных систем. .	ОПК-1

5. Операции подстановки и переименования переменных, суперпозиция. Замыкание, его свойства. Замкнутый класс. Важнейшие замкнутые классы.	ОПК-1
6. Самодвойственные функции. Примеры самодвойственных и несамодвойственных функций. Число самодвойственных функций от n переменных. Лемма о несамодвойственной функции.	ОПК-1
7. Монотонные функции. Примеры монотонных и немонотонных функций. Лемма о немонотонной функции.	ОПК-1
8. Линейные функции. Примеры линейных и нелинейных функций. Число линейных функций от n переменных. Лемма о нелинейной функции.	ОПК-1
9. Теорема Поста о функциональной полноте. Пример применения теоремы Поста. Предполные классы и базисы, следствия из теоремы Поста.	ОПК-1
10. Схемы из функциональных элементов (СФЭ). Связь СФЭ с логическими функциями. Элементарные методы синтеза схем.	ОПК-1
11. Алфавитное кодирование. Префиксные коды. Неравенство Мак-Миллана для взаимно-однозначных кодов. Алгоритм Шеннона построения префиксного кода по набору длин элементарных кодов.	ОПК-1
12. Постановка задачи оптимального кодирования. Свойства оптимального кода. Теорема редукции. Алгоритм Хаффмана построения оптимального кода.	УК-1
13. Языки и основные операции над языками. Понятие конечного автомата (КА) и конечно-автоматного языка. Примеры.	УК-1
14. Детерминированные и недетерминированные КА. Алгоритм детерминизации недетерминированного КА.	УК-1

5.2.2. Типовые вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенции _ОПК-1

1. Опишите понятие множества.
2. Чем отличается множество от подмножества?
3. Перечислите способы задания множеств.
4. Сформулируйте определения операций объединения, пересечения, разности, дополнения, симметрической разности.
5. В чем смысловая разница между записями $x \in A$ и $X \subseteq A$?
6. В чем смысловая разница между записями $X \subset A$ и $X \subseteq A$?
7. Какие операции над множествами обладают свойством коммутативности?
8. Какие операции над множествами обладают свойством ассоциативности?
9. Сформулируйте дистрибутивные законы для операций объединения и пересечения.
10. Сформулируйте законы де-Моргана.

5.2.3. Образец контрольной работы по алгебре множеств (оценка формирования компетенции ОПК-1).

Вариант № 1

1. Доказать тождество:

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

2. Решить уравнение и описать число решений:

$$BX - \bar{A} = BX \otimes A$$

3. Упростить систему условий:

$$\begin{cases} AB = ACD \\ B = C \cup D \\ \bar{C} = A\bar{D} \otimes A \\ \bar{A} \subseteq D \end{cases}$$

4. Дан конечный универс U . Является ли заданное отношение на 2^U отношением эквивалентности или порядка? Ответ обосновать.

$$ARB \leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

5.2.4. Образец контрольной работы по комбинаторике (оценка формирования компетенции ОПК-1).

Вариант № 1

1. Дано множество U из 7 элементов. Каким числом способов в нем можно выбрать три подмножества A, B, C так, чтобы выполнялись условия: $|A - B| = 1$, $|B - (A \cup C)| = 4$?
2. На одной из кафедр университета работают S человек, среди которых T человек не знают ни одного иностранного языка. A человек знают английский, N – немецкий, F – французский. AN знают английский и немецкий, AF – английский и французский, NF – немецкий и французский, ANF знают все три языка. По заданным в таблице условиям

восстановить недостающую информацию.

S	A	N	F	AN	AF	NF	ANF	T
17	11	6	5	4	3	2	1	?

3. Рассматриваются слова в алфавите $\{a_1, a_2, a_3\}$. Через n_i обозначается число вхождений буквы a_i в слово. Подсчитайте число слов длины 9, удовлетворяющих условию $n_1 \geq 6$.

4. Сколькими способами можно переставить буквы слова «здание», чтобы гласные шли в алфавитном порядке?

5.2.5. Образец контрольной работы по разделу «Графы» (оценка формирования компетенции 1К-1)

Вариант № 1

1. Найти радиус, диаметр, центр графа, заданного матрицей смежности:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. По заданному коду Прюфера $p(T)$ восстановить дерево. Найти центральные вершины восстановленного дерева: $P(T) = (4, 1, 6, 2, 2, 2, 7)$.

3. Определить, является ли планарным граф, заданный списками смежности:

1: 7, 8;	2: 6, 8;	3: 4, 5, 7;	4: 3, 5, 7;
5: 3, 4, 6, 7, 8;	6: 2, 5, 7, 8;	7: 1, 3, 4, 5, 6;	8: 1, 2, 5, 6.

Ответ обосновать.

4. Перечислить все неизоморфные двудольные графы с 5 вершинами.

5.2.6. Образец типовых тестовых заданий для оценивания результатов обучения в виде знаний ОПК-1 (тест по алгебре множеств и бинарным отношениям).

Вариант 1

1. Дано универсальное множество $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и в нем подмножества $A = \{x \mid x < 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 7\}$, $C = \{1, 2, 5, 6\}$.

а) Найти $C \cup A$ (Указать правильные варианты ответов).

1) $\{1,1,2,2,3,5,6\}$

2) $\{1,2,3,5,6\}$

3) $\{x \mid x < 7\}$

4) $\{3,2,6,1,5\}$

5) $\{1,2\}$

в) Найти декартово (прямое) произведение $D \times A$, где $D = C - B$ (Указать правильные варианты ответов).

1) $\{1,2,3,6\}$

2) $\{(1,1), (6,1), (1,2), (6,2), (1,3), (6,3)\}$

3) $\{(1,1), (1,6), (1,2), (2,6), (1,3), (3,6)\}$

4) $\{1\}$

5) $\{(1,1), (1,2), (1,3), (6,1), (6,2), (6,3)\}$

6) $\{(6,3), (1,1), (1,3), (6,1), (6,2), (1,2)\}$

2. Какие из следующих равенств верны для любых множеств A, B и C ?

1) $A \cup (B - A) = (A \cup B)$

2) $A \otimes BC = (A \otimes B)(A \otimes C)$

3) $2^A \cap 2^B = 2^{A \cap B}$

3. Для отношения $x \neq y$ на множестве \mathbb{Z} определить, какие из следующих утверждений являются верными (\mathbb{Z} – множество всех целых чисел):

1) отношение рефлексивно

2) отношение не рефлексивно

3) отношение симметрично

4) отношение не симметрично

5) отношение антисимметрично

6) отношение транзитивно

7) отношение не транзитивно

4. Отношение $R: aRb \leftrightarrow a \cdot b \equiv 0 \pmod{2}$ на множестве $M = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ не является отношением эквивалентности, так как оно:

1) не рефлексивно

2) не симметрично

3) не транзитивно

(Выберите нужные варианты ответа).

5. Для отношения эквивалентности $R: aRb \leftrightarrow a \equiv b \pmod{5}$ на множестве N найти число классов эквивалентности (N – множество всех натуральных чисел).

6. Для отношения эквивалентности $R: aRb \leftrightarrow a^2 \equiv b^2 \pmod{3}$ на множестве $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ найти число классов эквивалентности.

7. Определить, какие из следующих отношений на множестве $M = \{1,2,3,4\}$ являются отношениями порядка:

- 1) $R = \{(1,1), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$
- 2) $R = \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$
- 3) $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (4,4)\}$
- 4) $R = \{(1,1), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4), (3,1), (3,3), (4,4)\}$
- 5) $R = \{(1,1), (1,4), (2,2), (2,4), (3,3), (3,4), (4,4)\}$

8. Отношение $R: aRb \leftrightarrow a > b$ на множестве $M = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ не является отношением порядка, так как оно:

- 4) не рефлексивно
 - 5) не антисимметрично
 - 6) не транзитивно
- (Выберите нужные варианты ответа).

5.2.7. Образец типовых тестовых заданий для оценивания результатов обучения в виде знаний УК-1(тест по теории графов).

Вариант 1

1. Вычислить, сколько ребер в лесе с n вершинами и k компонентами связности, если $n = 10$ и $k = 3$.

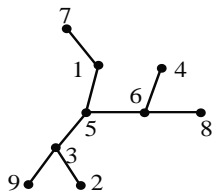
2. Вычислить наибольший диаметр дерева с 8 вершинами

3. Дерево T задано кодом Прюфера $p(T) = (3,2,1,1,2,2,3,3)$.

Какие из следующих утверждений верны для дерева T ?

- 1) Дерево T имеет 7 листьев
- 2) Дерево T не содержит вершин степени 2
- 3) Дерево T содержит вершины степени 4
- 4) Дерево T содержит 9 ребер
- 5) Дерево T содержит 8 ребер

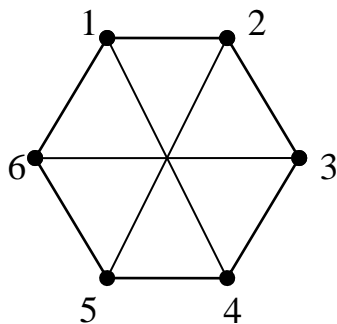
4. Какой из перечисленных кодов является кодом Прюфера дерева T , изображенного на рисунке:



T

- 1) $P(T) = (9, 9, 1, 5, 5, 1, 2)$
- 2) $P(T) = (14, 4, 1, 2, 1, 5)$
- 3) $P(T) = (3, 6, 1, 5, 6, 5, 3)$

5. Какие из следующих утверждений верны для графа G , изображенного на рисунке:



G

Граф G является двудольным графом

- 1) Граф, полученный из G добавлением ребра $(2,4)$, является двудольным
 - 2) Граф, полученный из G удалением ребра $(2,3)$, является двудольным
 - 3) Граф, полученный из G подразбиением ребра $(2,3)$, является двудольным
 - 4) При применении двух операций подразбиения из графа G можно получить недвудольный граф
 - 5) При применении двух операций подразбиения из графа G можно получить двудольный граф
6. Граф G задан матрицей смежности

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Какие из следующих утверждений являются верными для графа G :

- 1) G - двудольный граф
- 2) G - планарный граф
- 3) G - эйлеров граф

7. Какие из следующих утверждений являются верными:

К графу C_6 можно добавить

- 1) 3 ребра так, что получится двудольный граф
- 2) 4 ребра так, что получится двудольный граф
- 3) 2 ребра так, что получится непланарный граф
- 4) 3 ребра так, что получится непланарный граф
- 5) 6 ребер так, что получится планарный граф

8. Какие из следующих условий являются достаточными для того, чтобы граф с n вершинами был планарным:

- 1) $m = n - 1$ и граф связный
- 2) $m = 5$ при $n = 7$
- 3) $m = 5$
- 4) $m < 3n - 6$
- 5) $m \leq 3n - 6$
- 6) граф не содержит подграфов, изоморфных K_6

5.2.8. Образец контрольной работы по алгебре логики (оценка формирования компетенций ОПК-1).

Вариант № 1.

1. Для следующей функции построить СДНФ, СКНФ и полином Жегалкина:

$$f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \cdot x_2 \oplus x_3) \cdot (x_1 \cdot x_3 \rightarrow x_2).$$

2. Построить множество всех функций, зависящих от переменных x_1, x_2 и принадлежащих замыканию множества $F = \{x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3\}$.

3. Выяснить, является ли полной система функций F , заданных векторно:

$$F = \{f_1 = (0111), f_2 = (10010110)\}.$$

4. Найти все базисы полной системы функций $F = \{1, 0, \bar{x}, x \oplus y \oplus xy \oplus yz \oplus xz\}$.

Процедура оценки знаний методом тестирования осуществляется следующим образом. За каждый полностью правильный ответ на вопрос теста начисляется один балл. Набранные баллы суммируются. Зачет за тест выставляется при наборе такого количества баллов, которое составляет не менее 50 % от общего числа вопросов в тесте.

В случае неполучения зачета за тест студент должен заново пройти тестирование.

Положительным результатом освоения компетенций дисциплины является получение зачета за каждую тестовую работу.

5.2.9. Образец типовых тестовых заданий для оценивания результатов обучения в виде знаний ОПК-1 (тест по логическим функциям)

Вариант № 1

1. Найти число единиц в наборе значений у функции $h(x, y, z) = x \cdot (yz \oplus y \oplus z \oplus 1)$.

2. Вычислить число функций $f(x, y)$, удовлетворяющих заданным условиям:

$$f(0,0) = f(1,1) = 1.$$

3. Какие из следующих утверждений являются верными для логической функции $f(x, y, z)$, где $\tilde{f} = (00111100)$:

- 1) x - существенная переменная
- 2) y - существенная переменная
- 3) z - существенная переменная

4. Выяснить, является ли функция g двойственной к функции f :

$$f = (\overline{x \vee y}) \& z, \quad g = \overline{x \& y \vee z}$$

- 1) g является двойственной к f
- 2) g не является двойственной к f

5. Для функции $f(x, y, z)$, где $\tilde{f} = (11100011)$, определить, какие из перечисленных формул являются ее СКНФ:

- 1) $(\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \cdot (\bar{z} \vee \bar{y} \vee x) \cdot (\bar{x} \vee y \vee z)$
- 2) $(\bar{x} \vee y) \cdot (\bar{z} \vee \bar{y} \vee x)$
- 3) $(x \vee y \vee z) \& (x \vee y \vee \bar{z}) \& (x \vee \bar{y} \vee z) \& (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \& (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$
- 4) $(x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \cdot (\bar{x} \vee y \vee z) \cdot (\bar{x} \vee y \vee \bar{z})$

6. Какие из следующих функций принадлежат замыканию множества $A = \{x_1 \cdot x_2, x_1 \oplus x_2\}$:

- 1) $f = x$
- 2) $f = \bar{x}$
- 3) $f = 1$
- 4) $f = x_1 \cdot x_2 \vee x_3$

7. Какие из следующих функций являются самодвойственными:

- 1) $f = x \oplus y$
- 2) $f = x \oplus y \oplus z \oplus 1$
- 3) $f = x \cdot y \vee x \cdot z$
- 4) $f = x \cdot y \oplus y \cdot z \oplus x \cdot z$

8. Какие из следующих функций являются монотонными:

- 1) $\tilde{f} = (01010111)$
- 2) $\tilde{f} = (10101111)$
- 3) $f = x \cdot \bar{y} \vee z$
- 4) $f = x \cdot y \oplus y \cdot z \oplus x \cdot z$

9. Какие из следующих функций, заданных векторно, являются линейными:

1) $\tilde{f} = (1001)$

2) $\tilde{f} = (1110)$

3) $\tilde{f} = (1010)$

10. Выяснить, полна ли система функций $F = \{x \vee y, xy \rightarrow \bar{z}\}$

1) F является полной системой

2) F не является полной системой

11. Найти число базисов полной системы функций F :

$$F = \{xy, x \vee y, xy \vee z, x \oplus y, x \rightarrow y\}$$

5.2.10. Образцы задач, выносимых на экзамен для оценки компетенций ОПК-1, УК-1:

Задача 1. Доказать тождество $A - BC = ABC \otimes A$.

Задача 2. Верно ли, что $2^A \otimes 2^B = (2^A \cup 2^B) - 2^{A \cap B}$ для любых конечных множеств A, B ?

Ответ обосновать.

Задача 3. Методом неопределенных коэффициентов найти полином Жегалкина для функции $\tilde{f} = (10001110)$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Алексеев В.Е. Дискретная математика. Н. Новгород, ННГУ, 2017. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Рег. № 1688.17.06.
<http://www.lib.unn.ru/students/src/Alekseev.pdf>
2. Шульц М. М. - Комбинаторика: спецкурс : учеб.пособие. - Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. - 167 с. Более 70 экз
3. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969. – 328 с.
<http://www.math.ru/lib/book/djvu/kombinatorika.djvu> (учредитель МЦМНО (Московский Центр непрерывного математического образования)), вход свободный
4. Шевелев Ю.П. Дискретная математика. – СПб: Изд-во «Лань», 2008. – 592с.
https://e.lanbook.com/book/71772#book_name

б) дополнительная литература:

1. Копылов В.И. Курс дискретной математики. – СПб: Изд-во «Лань», 2011. – 208 с.
https://e.lanbook.com/book/1798#book_name
2. Шоломов Л.А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2011. – 432 с.
https://e.lanbook.com/book/1556#book_name
3. Шевелев Ю.П., Писаренко Л.А., Шевелев М.Ю. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах). Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2013. – 528 с.
https://e.lanbook.com/book/5251#book_name

4. Алексеев В.Е., Захарова Д.В., Мокеев Д.Б., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике. В 2-х ч. Часть 1. Н. Новгород, ННГУ, 2019.

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы <http://www.unn.ru/books/resources.html>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ **09.03.04 Программная инженерия**.

Автор:

Рецензент: _____

Заведующий кафедрой алгебры, геометрии и дискретной математики

_____ Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики
от 2 июня 2021 года, протокол № 8