МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальная геометрия и топология

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.14

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.14, «Дифференциальная геометрия и топология», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине****	
УК-1 **УК-1**. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	*УК-1.1* Уметь четко формулировать теоремы, решать теоретические и вычислительные задачи, обнаруживать связи со смежными темами из других разделов математики	*Уметь* четко формулировать теоремы дифференциальной геометрии и топологии, решать теоретические и вычислительные задачи, обнаруживать связи со смежными темами из других разделов математики *Знать* основные понятия, проблемы, методы и результаты дифференциальной геометрии и топологии, области их применения. *Владеть* навыками решения задач по курсу дифференциальной геометрии и топологии, опытом их применения.	Контрольная работа
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в	*ОПК-1.2* Уметь применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. .	*Знать* терминологию, аппарат и методы математических доказательств, используемые в дифференциальной геометрии и топологии. *Уметь* доказыватьтеоремы, формулировать результаты решения задач, обосновывать решения, обнаружить их следствия, связи с ранее решенными задачами и возможные обобщения *Владеть* навыками строгих математических доказательств при	Собеседование

профессиональной деятельности		решении теоретических задач.	

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

4 семестр	**Очная форма обучения**
Общая трудоемкость	**_3__ ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**108**
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа): **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- занятия лабораторного типа** **- текущий контроль (КСР)**	 **32** **32** **1**
самостоятельная работа	**43**
Промежуточная аттестация –/зачет	
5 семестр	**Очная форма обучения**
Общая трудоемкость	**_4__ ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**144**
аудиторные занятия (контактная работа): **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- занятия лабораторного типа** **- текущий контроль (КСР)**	 **32** **32** **2**
самостоятельная работа	**42**
Промежуточная аттестация – экзамен	**36**

3.2. Содержание дисциплины

Семестр 4

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	**Всего (часы)**	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них	**Самостоятельная работ**

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1 **Теория гладких кривых**	28	9	9		18	10
Тема 2 **Теория гладких поверхностей**	61	18	18		36	25
Тема 3 **Метрические и топологические пространства**	18	5	5		10	8
Текущий контроль (КСР)	1					
Промежуточная аттестация –зачет						
Итого	108	32	32		64	43

Семестр 5

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	**Всего (часы)**	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				**Самостоятельная работа обучающегося, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего**	
Тема 1 **Общая топология**	70	20	20		40	30
Тема 2 **Многообразия**	24	8	8		16	8
Тема 3 **Введение в гомотопическую топологию**	12	4	4		8	4
Текущий контроль (КСР)	2					
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	144	32	32		64	42

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа, коллоквиуме.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма зачет и экзамен

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением. Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.
Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

Учебники, учебные пособия, сборники задач, учебно-методические разработки:

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. - 439 с. (101 экз.)
2. Постников М.М. - Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия.- М.:

Наука, 1988. - 496 с. (258 экз.)
3. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)
4. Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984. (20 экз. каждая часть)
5. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. (63 экз.)
6. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ: сб. задач. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В. Г., Михайловский В. И. - Киев: Вища школа, 1982. - 375 с. (35 экз.)

)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	**Шкала оценивания сформированности компетенций**						
	плохо	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
	Не зачтено		Зачтено				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущест-венным	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном

	обучающегося от ответа	ошибки.	все задания, но не в полном объеме.	задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	объеме, но некоторые с недочетами.	недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Контрольные вопросы

Вопросы	*Код формируемой компетенции*
1. Определение гладкой кривой. Касательная прямая нормальная плоскость	*УК-1*

2 Длина дуги гладкой кривой, натуральная параметризация	ОПК-1
3. Кривизна и кручение гладкой кривой.	*УК-1*
4. Формулы Френе. .	ОПК-1
5. Формулы для вычисления кривизны и кручения. .	ОПК-1
6. Определение гладкой поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость. .	*УК-1*
7. Формулы для вычисления длин, углов и площадей поверхности.	ОПК-1
8. Первая квадратичная форма гладкой поверхности.	*ОПК-1*
9. Вторая квадратичная форма поверхности.	ОПК-1
10. Нормальные сечения и нормальные кривизны поверхности. Теорема Менье.	ОПК-1
11. Доказательство формулы Эйлера	ОПК-1
12. Главные кривизны и главные направления поверхности.	УК-1
13. Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности, формула для вычисления гауссовой кривизны.	УК-1
14. Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны, локальное расположение поверхности относительно касательной плоскости.	УК-1
15. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена.	ОПК-1
16. Теорема Гаусса.	ОПК-1
17. Формулы для вычисления символов Кристоффеля.	ОПК-1
18. Геодезические линии поверхности и их уравнения.	ОПК-1
19. Ковариантная производная векторного поля вдоль кривой на поверхности	ОПК-1
20. Параллельный перенос касательного вектора к поверхности вдоль кривой.	ОПК-1
21. Топологическое пространство. Индуцированная топология.	УК-1
22. Доказать критерий базы в топологическом пространстве и критерий базы на множестве.	ОПК-1
23. Метрическая топология	УК-1
24. Внутренность, граница, замыкание подмножества	УК-1

25. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм	УК-1
26. Произведение топологических пространств	УК-1
27. Связные и несвязные топологические пространства	УК-1
28. Компонента связности и линейной связности	ОПК-1
29. Всюду плотные и нигде не плотные подмножества	ОПК-1
30. Аксиомы отделимости.	УК-1
31. Компактные пространства и центрированные системы	ОПК-1
32. Критерий компактности подмножества в конечномерном арифметическом пространстве	ОПК-1
33. Компактность произведения компактных пространств	ОПК-1
34. Фактор-топология	УК-1
35. Топологические многообразия.	УК-1
36. Гладкие многообразия. Функции перехода	УК-1
37. Гладкие отображения многообразий	УК-1
38. Касательный вектор к многообразию и касательный вектор кривой. Производная по направлению	ОПК-1
39. Дифференцирование пространства функций на многообразии.	ОПК-1
40. Дифференциал отображения многообразий	УК-1
41. Гомотопные отображения и гомотопическая эквивалентность	УК-1
42. Фундаментальная группа, ее гомотопическая инвариантность.	ОПК-1

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ____УК-1_

1. Каков знак гауссовой кривизны поверхности, заданной уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = 1$?
2. Укажите минимальную базу дискретной топологии.
3. Вычислить площадь тора, заданного вектор-функцией
$\acute{r}(u, v) = \{(4 + cosu)cosv, (4 + cosu)sinv, simu\}$.
4. Исследовать на непрерывность отображение $f: (R, \tau|S) \to (R, \tau_D)$, $S = 0$, определенное формулой $f(x) = x$

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции__ОПК--1___

1. Покажите, что симметричная топология τ_S на R, $S = 0$, не удовлетворяет аксиоме

отделимости Хаусдорфа.

2. Почему отрезок $[0,1]$ и интервал $(0,1)$ рассматриваемые как подпространства прямой R с обычной топологией $\tau_{об}$, не гомеоморфны?

3. Пусть $S^0 = \{-1,1\}$ – подпространство прямой R с обычной топологией. Докажите, что топологическое пространство X несвязно тогда и только тогда, когда существует непрерывная сюръекция $f: X \to S^0$.

4. Докажите, что топология Зарисского на R не является метрической.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. - 439 с. (101 экз.)
2. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. (63 экз.)
3. Постников М.М. - Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия. - М.: Наука, 1988. - 496 с. (258 экз.)
4. Александрян Р. А., Мирзаханян Э. А. - Общая топология. - М.: Высшая школа, 1979. - 336 с. (56 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)
2. Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984. (20 экз. каждая часть)
3. Введение в топологию. Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н. - М.: Высшая школа, 1980. - 295 с. (68 экз.)
4. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ: сб. задач. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В. Г., Михайловский В. И. - Киев: Вища школа, 1982. - 375 с. (35 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):
Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Дифференциальная геометрия и топология»
https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=10120
созданные в системе электронного обучения ННГУ – https://e-learning.unn.ru/.

7.Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Автор (ы) _ к.ф.-м.н., доц _____ А.В. Баландин

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой д.ф.м.н., проф _____Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.