

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Матросов В.В.

« 27 » _____ июня 2018 г.

Рабочая программа дисциплины

**Математическая логика и теория
алгоритмов**

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Направленность образовательной программы
Информационные системы и технологии

Квалификация (степень)
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2018 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины, модули» ОПОП по направлению подготовки 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии". Дисциплина обязательна для освоения в 3 семестре.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов», согласно ФГОС ВО, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплины «Дискретная математика».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся понятийного аппарата в области теории множеств, студенты владеют основами алгебры логики.

Целями освоения дисциплины являются:

- знакомство с принципами построения формальных теорий, исключающими возможность возникновения противоречий;
- совершенствование умения правильно рассуждать, правильно делать умозаключения и выводы, получая в результате истинные высказывания;
- овладение приемами вывода теорем из аксиом или ранее доказанных утверждений (на примерах исчисления высказываний и исчисления предикатов), определения тождественной истинности формул;
- знакомство с тремя универсальными алгоритмическими моделями (рекурсивные функции, машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова), умение с их помощью реализовывать простейшие алгоритмические задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
<i>ОПК-1:</i> Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой. Этап формирования – начальный.	<i>З1 (ОПК-1):</i> Знать основные факты, базовые концепции, принципы теории в области естественных наук, математики и информатики. <i>У1 (ОПК-1):</i> Уметь использовать в профессиональной деятельности базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой. <i>В1 (ОПК-1):</i> Владеть навыками применения базовых знаний естественных наук, математики и информатики, основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Окончательное завершение формирования компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины, происходит после сдачи экзамена по этой дисциплине.

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины (модуля) составляет 4 зачетных единиц, всего 144 часа, из которых 50 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа – занятия лекционного типа, 16 часов – занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия), в том числе 2 часа - мероприятия текущего контроля успеваемости, 2 часа - мероприятия промежуточной аттестации), 49 часа составляет самостоятельная работа обучающегося (из них 45 часов – промежуточная аттестация (экзамен).

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины . Форма промежуточной аттестации по дисциплине .	Всего (часы)		В том числе									
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)часы								Самостоятельная работа обучающегося, часы	
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		Занятия лабораторного типа		Всего			
	Очное	Заочное	Очное	заочное	Очное	Заочное	Очное	Заочное	Очное	Заочное	Очное	Заочное
Тема 1. Введение (принципы по-строения фор-мальных теорий).	8		2								6	
Тема 2. Исчисление высказываний.	28		9		6						13	
Тема 3. Исчисление предикатов.	25		8		5						12	
Тема 4. Теория алгоритмов.	29		11		5						13	
Тема 5. Формальные теории 1-го порядка.	7		2								5	
В т.ч.текущий контроль	2				2				2		0	
Промежуточная аттестация – Экзамен												

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа, групповых или индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене

4. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме практических занятий.

Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций

используемые на занятиях лекционного типа:

- лекции с проблемным изложением учебного материала;
- лекции с детальным объяснением нового материала и его связи с уже пройденным материалом;

используемые на занятиях практического типа:

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;
- частично-поисковая деятельность при решении задач повышенной сложности;
- текущий контроль знаний студентов с помощью контрольной работы.

На лекциях раскрываются следующие основные темы изучаемого курса, которые входят в рабочую программу: основные равносильности (законы) логики высказываний; определение формальной теории; аксиомы исчисления высказываний; основные и производные правила вывода исчисления высказываний; определение предиката, свободные и связанные переменные; основные равносильности (законы) логики предикатов; аксиомы исчисления предикатов; основные правила вывода исчисления предикатов; производные правила вывода в исчислении предикатов: правила переименования связанных переменных, правило связывания квантором; теоремы об общезначимых формулах в исчислении высказываний и в исчислении предикатов; примитивно рекурсивные функции: базовые функции и элементарные операции; определение и примеры примитивно рекурсивных функций; ограниченный и неограниченный операторы минимизации; определения общерекурсивных и частично рекурсивных функций; определение и способы задания машины Тьюринга; определение нормального алгоритма Маркова и порядок его работы; тезисы Черча, Тьюринга и Маркова о вычислимых функциях; теорема Райса и ее смысл.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Формулы логики высказываний. Правильность рассуждений.
2. Исчисление высказываний: правила вывода и доказуемость формул.
3. Алгоритмы Квайна и резолюций проверки общезначимости формул исчисления высказываний.
4. Логические и кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов.
5. Выполнимость и общезначимость в логике предикатов. Нормальные формы. Вывод формул из аксиом исчисления предикатов.
6. Рекурсивные функции.
7. Построение программ для машин Тьюринга.
8. Нормальные алгоритмы Маркова.

Формой **итогового контроля** знаний студентов по дисциплине является **экзамен**, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольной работе по теме “Математическая логика”, а также подготовку к экзамену по указанной дисциплине. При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что данная дисциплина тесно связана с ранее изучаемой дисциплиной “Дискретная математика”.

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

На семинарских занятиях студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументировано их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;
- 4) тщательно изучить лекционный материал.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ОПК-1: способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале <u>Знания</u> Знать основные факты, базовые концепции, принципы теории в области естественных наук, математики и информатики.	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешностей
Умения <i>Уметь</i> использовать в профессиональной деятельности базовые	Полное отсутствие умения использовать базовые математические	Отсутствие умения использовать базовые математические знания, основные	Умение использовать отдельные математические знания, основные факты,	Умение использовать отдельные математические знания, основные факты,	Умение использовать отдельные математические знания, основные факты,	Умение использовать математические знания, определения, теоремы,	Умение использовать математические знания, определения

знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	знания, основные факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов.	факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов.	концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов, но с существенными ошибками	концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов при наличии незначительных ошибок	концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов	концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов	я, теоремы, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов и способность решать задачи повышенной сложности
<u>Навыки</u> Владеть навыками применения базовых знаний естественных наук, математики и информатики, основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	Полное отсутствие навыков применения базовых математических знаний, основных фактов, концепций, принципов математической логики и теории алгоритмов.	Отсутствие навыков применения базовых математических знаний, основных фактов, концепций, принципов математической логики и теории алгоритмов.	Наличие минимальных навыков применения базовых математических знаний, основных фактов, концепций, принципов математической логики и теории алгоритмов.	Посредственное владение навыками применения базовых математических знаний, основных фактов, концепций, принципов математической логики и теории алгоритмов.	Достаточное владение навыками применения базовых математических знаний, основных фактов, концепций, принципов математической логики и теории алгоритмов.	Хорошее владение навыками применения базовых математических знаний, основных фактов, концепций, принципов математической логики и теории алгоритмов.	Всестороннее владение навыками применения базовых математических знаний, основных фактов, концепций, принципов математической логики и теории алгоритмов.
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала;
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен проводится в устной форме и заключается в ответе студентом после предварительной подготовки на теоретические вопросы курса и решением практической задачи с последующим его обоснованием. По окончании ответа на вопросы билета в рамках тематики курса проводится собеседование в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий подход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. 100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий
Отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше
Очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, формулировке теорем и т.п. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.
Хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, формулировке теорем и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.
Удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки при решении практических задач, но при ответах на наводящие вопросы может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устные и письменные опросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач (вопросов).

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:

- письменные и устные ответы на теоретические вопросы,
- решение практических задач.

- 6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Список экзаменационных вопросов по теории (для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-1)

1. Понятие высказывания. Логические связки. Формулы логики высказываний.
2. Равносильность формул логики высказываний. Основные равносильности.
3. Тавтологично-истинные формулы логики высказываний. Важнейшие тавтологии. Правильные рассуждения. Утверждение о правильности рассуждения по схеме $(P_1, \dots, P_n) \Rightarrow Q$.
4. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения.
5. Определение и виды формальных теорий.
6. Язык, системы аксиом и основные правила вывода исчисления высказываний.
7. Производные правила вывода в исчислении высказываний: выводимость $A \rightarrow A$, правило введения импликации, транзитивность выводимости.
8. Производные правила вывода в исчислении высказываний: теорема дедукции (без доказательства), правило силлогизма, правило введения отрицания.
9. Лемма для теоремы об общезначимых формулах исчисления высказываний.
10. Теорема об общезначимых формулах в исчислении высказываний.
11. Метод резолюций в исчислении высказываний.
12. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.
13. Определение предиката. Область определения, множество истинности предиката. Операции над предикатами, кванторы существования и всеобщности.
14. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные.
15. Равносильность формул в логике предикатов и в различных интерпретациях. Основные равносильности: перестановка кванторов и переименование связанных переменных.
16. Правила переноса квантора через отрицание в формулах логики предикатов.
17. Правила выноса квантора за скобки в формулах логики предикатов.
18. Нормальные формы логики предикатов. Теорема о предваренной нормальной форме.
19. Выполнимость и общезначимость для предикатов. Основные общезначимые формулы в логике предикатов.
20. Теоремы об общезначимости и выполнимости в логике предикатов. Проблема разрешимости в общем случае (теорема Черча) и для формул, содержащих только одноместные предикатные символы.
21. Язык, система аксиом и основные правила вывода исчисления предикатов.
22. Производные правила вывода в исчислении предикатов: правила переименования связанных переменных, правило связывания квантором.
23. Теорема об общезначимых формулах (доказать необходимость) и теорема о замене эквивалентных подформул в исчислении предикатов (без доказательства).
24. Наиболее важные эквивалентности исчисления предикатов и их применение для построения предваренной нормальной формы.
25. Проблемы аксиоматического исчисления предикатов.
26. Формализация понятия алгоритма.
27. Понятие рекурсивных функций. Прimitивно рекурсивные функции: базовые функции и элементарные операции.

28. Примеры простейших примитивно рекурсивных функций.
29. Теорема о примитивной рекурсивности суммы и произведения примитивно рекурсивных функций (без доказательства). Примитивная рекурсивность функций “частное от деления x на y ”, “остаток от деления x на y ”, “признак деления x на y ”.
30. Ограниченный оператор минимизации и его применения. Теорема Робинсона об одноместных примитивно рекурсивных функциях (без доказательства).
31. Неограниченный оператор минимизации. Частично рекурсивные функции. Тезис Черча о вычислимых функциях.
32. Общерекурсивные функции. Функция Аккермана. Теорема Аккермана (без доказательства).
33. Словарные функции. Определение машины Тьюринга.
34. Способы задания машин Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Реализация на машине Тьюринга программы “перенос нуля”.
35. Неприменимость машины Тьюринга к исходной информации (привести пример). Тезис Тьюринга. Теорема о соответствии между частично рекурсивными функциями и функциями, вычислимыми по Тьюрингу (без доказательства).
36. Определение нормального алгоритма Маркова и порядок его работы.
37. Пример работы нормального алгоритма Маркова. Отличия нормальных алгоритмов Маркова от машин Тьюринга. Тезис Маркова. Теорема об эквивалентности машин Тьюринга и нормальных алгоритмов Маркова (без доказательства).
38. Сравнительный анализ трех типов алгоритмических моделей. Оценка сложности алгоритма.
39. Алгоритмически неразрешимые проблемы: проблема остановки машины Тьюринга, проблема ее самоприменимости, проблема эквивалентности слов в ассоциативном исчислении. Теорема Райса (без доказательства) и ее смысл.
40. Особенности прикладных исчислений. Аксиомы для равенства. Теоремы о рефлексивности, симметричности и транзитивности отношения равенства в теории с равенством (без доказательства). Формальная арифметика: ее аксиомы и их смысл. Теоремы Геделя о неполноте (без доказательства) и их смысл.

Примеры практических заданий для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенций ОПК-1)

1. С помощью алгоритма Квайна проверьте тождественную истинность формулы

$$A(x, y, z) = (x \& y \rightarrow z) \rightarrow (y \rightarrow (x \rightarrow z))$$
2. Проверить на противоречивость множество дизъюнктов:

$$\Gamma = \{\bar{C} \vee \bar{D} \vee E, \bar{E} \vee F, C \vee D, F \vee \bar{D}, \bar{F}\}.$$
3. Методом резолюций проверить выводимость:

$$\Gamma = \{\bar{A} \rightarrow (B \vee \bar{C}), A \vee D, B \rightarrow \overline{C \& D}\} \vdash C \rightarrow A.$$
4. Используя алгоритм редукции, проверьте правильность рассуждения:
Военные учения имеет смысл проводить в начале месяца, только если в это время придет начальство или будет хорошая погода. Если будет хорошая погода, то начальство придет. Следовательно, если погода будет плохая, то нет смысла проводить учения в начале месяца.
5. Приведите к предваренной нормальной форме формулу

$$(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)).$$
6. Является ли тождественно истинной следующая формула логики предикатов:

$$\exists x (\bar{P}(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)) \sim \forall x (P(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)) \quad ?$$

7. Доказать, что примитивно рекурсивными являются функции $\lfloor x/2 \rfloor$, $\lfloor x\sqrt{2} \rfloor$ и $\lfloor \log_k x \rfloor$.
8. Доказать, что функция $\tau(x)$ - число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$, является примитивно рекурсивной.
9. Построить машину Тьюринга для вычисления функции вычисления функции $x + y$, т.е. $0q_11^x01^y0 \Rightarrow q_001^{x+y}0$.
10. Составьте протокол работы нормального алгоритма Маркова N , работающего над алфавитом $A = \{0, 1\}$ в алфавите $B = A \cup \{\Theta, \Delta\}$. Исходное слово $\alpha_0 = 011$. Функциональная схема алгоритма (список подстановок) имеет вид:

Для какого действия составлен этот алгоритм?

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta 1 \rightarrow 1\Theta, \\ \Theta 0 \rightarrow 0\Theta, \\ \Theta \rightarrow \Delta, \\ 1\Delta \rightarrow \Delta 0, \\ 0\Delta \Rightarrow 1, \\ \Delta \Rightarrow 1 \\ \lambda \rightarrow \Theta. \end{array} \right.$$

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Шапорев С.Д. Математическая логика. Курс лекций и практических занятий: Учеб. пособие. - СПб: БХВ-Петербург, 2005. - 416 с.
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. 3-е изд. - СПб.: Питер, 2009. - 384 с.(45)
3. Фалевич Б.Я. Теория алгоритмов. М.: Машиностроение, 2004. - 160 с.
4. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженеров. М.: Энергоатомиздат, 1988. 2-е изд., переработанное и дополненное. - 480 с.(6)
5. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики: Учеб. пособие. - М.: Изд-во МАИ, 1992. - 264 с.

б) дополнительная литература:

6. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов: Учеб. пособие. - Омск: Наследие. Диалог-Сибирь, 2003. - 108 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

<http://www.intuit.ru/studies/courses/13859/1256/info>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для обучения студентов названной дисциплине имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет; присутствует полный комплект лицензионного обеспечения, необходимый для работы компьютерных программ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

Автор - _____ Павлов И.С.

Рецензент _____ И.Я. Орлов

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Радиофизического факультета. Протокол № 02/18 от «27» июня 2018 года.