

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института ИТММ

_____ В.П. Гергель

« _____ » _____ 20 ____ г.

Рабочая программа дисциплины

Группы Ли и дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
02.03.01 – Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижегород

2017

Место и цели дисциплины в структуре ОПОП. Дисциплина «Группы Ли и дифференциальные уравнения» относится к вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП (Б1.В.ДВ.09.02), является дисциплиной по выбору, читается на 4 году обучения в 8 семестре. Трудоемкость составляет 3 зачетных единицы.

1. Целями освоения дисциплины являются формирование у студентов общепрофессиональных (ОПК), общекультурных (ОК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями ФГОС по направлению подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки. Содержание дисциплины направлено на освоение фундаментальных понятий и результатов теории группового анализа дифференциальных уравнений, формирование умений и навыков в решении задач с использованием методов группового анализа.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

<i>Формируемые компетенции</i> (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	<i>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю),</i> характеризующие этапы формирования компетенций
ОК-7 способность к самоорганизации и к самообразованию завершающий этап	У7 (ОК-7) Уметь <u>самостоятельно разбираться с современными математическими средствами, освоить и использовать их для решения практических задач естествознания.</u> З7 (ОК-7) Знать концепции группового анализа В7 (ОК-7) Владеть навыками самостоятельной учебно-исследовательской работы; способностью формулировать результат
ОПК-1 готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности завершающий этап	У1 (ОПК-1) Уметь применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности. З1 (ОПК-1) Знать <u>основные понятия и формулы</u> группового анализа. В1 (ОПК-1) Владеть <u>навыками применения основных формул</u> группового анализа для решения типовых задач.
ПК-1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области завершающий этап	З1 (ПК-1) Знать принципы определения общих форм и закономерностей группового анализа У1 (ПК-1) Уметь определять общие формы и закономерности в области группового анализа В1 (ПК-1) Владеть навыками определения общих форм и закономерностей группового анализа

3. Структура и содержание дисциплины «Группы Ли и дифференциальные уравнения»

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, всего 144 ч., из которых 50 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (24 ч. занятий лекционного типа, 24 ч. занятий семинарского типа, 2 ч. мероприятия промежуточной аттестации), 94 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. включая 36 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Часов						
	Всего	В том числе					Самостоятельная работа
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					
		Занятия	Занятия	Занятия	Консультации	Всего	
Тема 1. Векторные поля и потоки. Скобка Ли векторных полей. Коммутирующие векторные поля. Ряд Ли.	17	3	3			6	11
Тема 2. Группы Ли. Левоинвариантные векторные поля и левоинвариантные формы на группах Ли. Алгебра Ли группы Ли. Однопараметрические подгруппы. Уравнения Маурера-Картана. Теорема Фробениуса. Построение локальной группы Ли по структурным уравнениям, Экспоненциальное отображение. Действие группы Ли на многообразии. Фундаментальные векторные поля. Инварианты действия групп Ли. Критерий инвариантности подмногообразия характеров.	35	6	6			12	23
Тема 3. Расслоение джетов. Продолжение векторного поля. Общая формула для продолжения векторного поля.	20	3	3			6	14
Тема 4. Симметрии дифференциальных уравнений. Примеры их использования для построения частных решений. Симметрии обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и интегрирующий множитель. Уравнения, допускающие данную группу симметрий.	33	6	6			12	21
Тема 5. Понижение порядка обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих однопараметрическую группу симметрий, переходом к каноническим координатам. и методом дифференциальных инвариантов.	29	6	6			4	25
в т.ч. текущий контроль - 2							
Итоговая аттестация: экзамен							

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа, групповых или индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене

4. Образовательные технологии.

Используются образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекция-информация. Такая форма занятий ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практические занятия предполагают разбор решений задач и самостоятельное решение задач, предлагаемых преподавателем, под контролем преподавателя, а также проверку знания теоретического материала, полученного на лекциях.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

1. повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа,
2. выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.
3. подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Ибрагимов Н.Х. Групповой анализ обыкновенных дифференциальных уравнений и принцип инвариантности в математической физике (к 150-летию со дня рождения Софуса Ли), УМН, **47:4(286)** (1992),83–144 . Режим доступа:

http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=rm&paperid=4541&option_lang=rus

2. Симметрии и законы сохранения уравнений математической физики, ред. Виноградов А.М., 2005. С. 384 (<http://diffiety.ac.ru/djvu/index.htm#books>)

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

Дисциплина направлена на развитие трех компетенций:

- Способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);
- Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);
- Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1).

Карты компетенций приводятся в Приложении к ОПОП

ОК-7. Способность к самоорганизации и самообразованию

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
	1	2	3	4

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
	1	2	3	4
Знать концепции группового анализа	Отсутствие знаний или фрагментарное знание концепций группового анализа	В целом успешное, но не систематическое знание концепций группового анализа	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание концепций группового анализа	Успешное и систематическое знание концепций группового анализа
УМЕТЬ: самостоятельно разбираться с современными математическими средствами, освоить и использовать их для решения практических задач естествознания.	Отсутствие умений или частично освоенное умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания	В целом успешное, но не систематически освоенное умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания	Сформированное умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания
ВЛАДЕТЬ: навыками самостоятельной учебно-исследовательской работы; способностью формулировать результат	Отсутствие знаний или фрагментарные навыки учебной работы; формулировать результат	Общие, но не структурированные навыки учебной работы; формулировать результат	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки учебной работы; формулировать результат	Сформированные систематические навыки учебной работы; формулировать результат

ОПК-1 готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
	1	2	3	4

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
	1	2	3	4
ЗНАТЬ: основные понятия и формулы группового анализа.	Отсутствие знаний или фрагментарное знание <u>основных понятий и формул</u> группового анализа.	В целом успешное, но не систематическое знание <u>основных понятий и формул</u> группового анализа.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание <u>основных понятий и формул</u> группового анализа.	Успешное и систематическое знание <u>основных понятий и формул</u> группового анализа.
УМЕТЬ: применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности.	Отсутствие умений или частично освоенное умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности.	В целом успешное, но не систематически освоенное умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности.	Сформированное умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности.
ВЛАДЕТЬ: навыками <u>применения</u> основных формул группового анализа для решения типовых задач.	Отсутствие знаний или фрагментарные навыки <u>применения</u> основных формул группового анализа для решения типовых задач.	Общие, но не структурированные навыки <u>применения</u> основных формул группового анализа для решения типовых задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки <u>применения</u> основных формул группового анализа для решения типовых задач.	Сформированные систематические навыки <u>применения</u> основных формул группового анализа для решения типовых задач.

ПК-1 Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
	1	2	3	4
ЗНАТЬ: принципы определения общих форм и закономерностей группового анализа.	Отсутствие знаний или фрагментарное знание общих форм и закономерностей группового анализа.	В целом успешное, но не систематическое знание общих форм и закономерностей группового анализа.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание общих форм и закономерностей группового анализа.	Успешное и систематическое знание общих форм и закономерностей группового анализа.
УМЕТЬ: определять общие формы и закономерности в области группового анализа.	Отсутствие умений или частично освоенное умение определять общие формы и закономерности в области группового анализа.	В целом успешное, но не систематически освоенное умение определять общие формы и закономерности в области группового анализа.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение определять общие формы и закономерности в области группового анализа.	Сформированное определять общие формы и закономерности в области группового анализа.
ВЛАДЕТЬ: навыками определения общих форм и закономерностей группового анализа.	Отсутствие навыков или фрагментарные навыки определения общих форм и закономерностей группового анализа.	Общие, но не структурированные навыки определения общих форм и закономерностей группового анализа.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки определения общих форм и закономерностей группового анализа.	Сформированные систематические навыки определения общих форм и закономерностей группового анализа.

6.2. Описание шкал оценивания

Критерии оценок выполнения домашних практических заданий, задач на экзамене
(каждая задача оценивается в 2 балла)

Решена полностью	2
Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами	1,5
Решена задача наполовину	1
Сделан первый этап в решении задачи	0,5
Нет решения	0

Суммарная оценка выполнения домашнего задания, задачи на экзамене

Количество баллов	Оценка	Оценка
-------------------	--------	--------

90-100 %	Отлично	Зачтено
85-90 %	Очень хорошо	
75-85 %	Хорошо	
50-75 %	Удовлетворительно	
25-50 %	Неудовлетворительно	Не зачтено
0-25 %	Плохо	

Экзамен в 8 семестре.

Превосходно	свободное владение основным и дополнительным материалом с незначительными ошибками и погрешностями
Отлично	свободное владение основным материалом без ошибок и погрешностей
Очень хорошо	достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями
Хорошо	владение основным материалом с рядом заметных погрешностей
Удовлетворительно	владение минимальным материалом, необходимым по данному предмету, с рядом ошибок
Неудовлетворительно	владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка
Плохо	отсутствие владения материалом

Оценки «превосходно», «отлично», «очень хорошо», «хорошо», «удовлетворительно» считаются положительными.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,
- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания.

Типы практических контрольных заданий:

- задания на установление правильной последовательности, взаимосвязанности действий,

установление последовательности действий (описание алгоритма выполнения действия)

6.4. Типовые контрольные задания, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и для промежуточного контроля сформированности компетенции.

1. Является ли вполне интегрируемым распределение на

$$R \setminus 0 = \{(x, y, z) \in R^3 \mid (x, y, z) \neq (0, 0, 0)\}, \text{ заданное векторными полями } V_1 = y\partial_x - x\partial_y,$$

$$V_2 = z\partial_x - x\partial_z, V_3 = y\partial_z - z\partial_y? \text{ ОК-7}$$

2. Является ли векторное поле $V = b\partial_x - a\partial_U$ симметрией уравнения $U'' = F(ax + bU, U')$?
ОК-7

3. Проверить, что векторное поле $V = (x, nU)$ определяет симметрии уравнения $U''x^{2-n} = F(Ux^{-n}, U'x^{1-n})$ и понизить порядок этого уравнения с помощью метода дифференциальных инвариантов ОК-1

4. Проверить, что векторное поле $V = (x, nU)$ определяет симметрии уравнения $U''x^{2-n} = F(Ux^{-n}, U'x^{1-n})$ и понизить порядок этого уравнения с перехода к каноническим переменным. ОК-1

Пример билета

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра АГДМ
Дисциплина Группы Ли и дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Левоинвариантные векторные поля на группе Ли и их свойства. Примеры.
2. Интегрируемость ОДУ в квадратурах.
3. Проинтегрировать уравнение $y_x + y^2 - 2yx^2 + x^4 - 2x - 1 = 0$ методом канонических переменных, используя симметрию $V = \partial_x + 2x\partial_y$

Зав. кафедрой _____

Экзаменатор _____

Вопросы к экзамену:

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Левоинвариантные векторные поля на группе Ли и их свойства. Примеры.	ОК-7, ПК-1
2. Левоинвариантные дифференциальные формы на группе Ли.	ОПК-1, ПК-1
3. Теорема Фробениуса для распределений, заданны с помощью векторных полей.	ОК-7, ПК-1
4. Теорема Фробениуса для распределений, заданны с помощью линейных дифференциальных форм.	ОПК-1, ПК-1
5. Построение локальной группы Ли по структурным уравнениям,	ОПК-1, ПК-1
6. Инфинитезимальный критерий инварианта действия группы..	ОК-7, ПК-1

7. Инфинитезимальный критерий инвариантности подмногообразия..	ОК-7, ПК-1
8. Продолжения преобразований многообразия на расслоения джетов	ОК-7, ПК-1
9. Продолжения векторного поля на расслоении джетов.	ОК-7, ПК-1
10. Общая формула продолжения векторного поля.	ОК-7, ПК-1
11. Инфинитезимальный критерий симметрии системы дифференциальных уравнений	ОПК-1, ПК-1
12. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода дифференциальных инвариантов..	ОПК-1, ПК-1
13. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода канонических переменных.	ОПК-1, ПК-1

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Ибрагимов Н.Х. Групповой анализ обыкновенных дифференциальных уравнений и принцип инвариантности в математической физике (к 150-летию со дня рождения Софуса Ли), УМН, **47:4(286)** (1992), 83–144 . Режим доступа:

http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=rm&paperid=4541&option_lang=rus

2. Симметрии и законы сохранения уравнений математической физики, ред. Виноградов А.М., 2005. С. 384 (<http://diffiety.ac.ru/djvu/index.htm#books>)

б) Дополнительная литература:

Алексеевский Д.В., Виноградов А.М., Лычагин В.В., Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии, Геометрия–1, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, 28, ВИНТИ, М., 1988, 5–289 Режим доступа:

www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=intf&paperid=108&option_lang=rus

в) Интернет-ресурсы:

<http://diffiety.ac.ru/djvu/index.htm#books>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

4. Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

5. Библиотека math.ru

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению 02.03.01 – Математика и компьютерные науки.

Автор: к.ф.м.-н., доц. _____ Баландин А.В.

Рецензент (ы) _____

Зав кафедрой, д.ф.-м.н., проф. _____ Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института Информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского от _____ г., протокол № _____.