

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.  
Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий математики и механики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор \_\_\_\_\_ В.П. Гергель

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018 г.

### **Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Методы оптимизации

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Направление подготовки  
020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы  
Инженерия программного обеспечения

Квалификация (степень)  
Бакалавр

Форма обучения  
очная

Нижегород

2018 год

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Методы оптимизации» (код Б1.В.ДВ.02.01 по рабочему учебному плану) является дисциплиной по выбору и относится к вариативной части ОПОП ФИИТ, альтернативной дисциплиной выбора является Б1.В.ДВ.02.02 «Модели и методы вычислительной оптимизации».

Учебный материал хорошо согласуется с учебным планом подготовки бакалавра по направлению «Фундаментальная информатика и информационные технологии». Эта дисциплина изучается на основе достигнутого уровня формирования компетенций при изучении базовых математических дисциплин – «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Вычислительные методы и функциональный анализ», а также дисциплины вариативной части «Линейное программирование». Научно-практические занятия дисциплины по разделу «Динамическое программирование» использует задачи, связанные с дисциплиной «Концепции современного естествознания» вариативной части. Результаты изучения дисциплины используются при освоении дисциплины вариативной части «Исследование операций». Важной особенностью дисциплины является то обстоятельство, что его материал предоставляет базовые алгоритмические основы численного решения оптимизационных задач, возникающих в различных прикладных областях. Формирование компетенций подкрепляется лабораторным практикумом и приобретает окончательное завершение в ходе прохождения учебной и производственной и предквалификационной практик, а также в ходе итоговой государственной аттестации.

### **Целями освоения дисциплины являются:**

Целями освоения дисциплины «Методы оптимизации» являются развитие и закрепление компетенций, а также знаний, умений и навыков, связанных с теорией и применением оптимизационных подходов к задачам различных классов, включая задачи, связанные с профессиональной деятельностью бакалавров в сфере фундаментальной информатики и информационных технологий, соотнесенные с общими целями ОПОП ВО по данному направлению подготовки в рамках ОС.

Предметная область, охватываемая данной дисциплиной, тесно связана с рядом направлений профессиональной деятельности бакалавров в сфере фундаментальной информатики и информационных технологий, которые в частности включают:

- концепции разработки вычислительных методов эффективного решения оптимизационных задач на основе наиболее полного использования информации об испытаниях критериев качества, описывающих прикладную задачу;
- развитие и применение компьютерных наук, в том числе, вычислительных технологий, связанных с эффективным применением вычислительных методов оптимизации;
- овладение теорией и общей концептуальной базой применения оптимизационных подходов, являющейся одной из фундаментальных основ разработки новых аппаратных решений и решений в области алгоритмического и программного обеспечения, в частности, в области информационных технологий;
- разработку информационного и программного обеспечения для конкретных предметных областей, включая автоматизацию научных исследований на основе широкого применения оптимизационных постановок задач.

Теория и методы численной оптимизации являются интенсивно развивающимися разделами современной науки, лежащими на стыке фундаментальной и вычислительной математики. Численные методы решения различных классов задач оптимизации, возникающие

как конечный результат в данной области, широко востребованы в практике экономических, финансовых, инженерных расчетов в различных прикладных областях, включая наукоемкую сферу информационных технологий. Знание теоретических аспектов методов оптимизации создает необходимую основу для разработки новых эффективных численных методов.

Программа дисциплины включает результаты, которые можно считать классическими в данной области, а также расширенный материал по теории условий оптимальности, а также использованию принципов оптимальности при построении численных методов.

Дисциплина «Методы оптимизации» содержит базовый материал по терминологии, теории условий оптимальности и теоретическим принципам построения численных методов решения основных типов конечномерных нелинейных экстремальных задач. В отличие от альтернативной дисциплины «Модели и методы вычислительной оптимизации» значительно больше внимания уделено технике получения теоретических результатов и меньшее – конкретным численным методам решения экстремальных задач. Практические занятия направлены на развитие у студентов навыков постановки и анализа таких задач. Лабораторный практикум направлен на отработку ряда теоретических принципов построения, а также исследование определенных групп вычислительных методов с помощью общих математических пакетов и специализированных программных лабораторий.

Цель дисциплины состоит в том, чтобы сформировать у обучающихся ясное понимание основных концепций и возможностей оптимизационных подходов к постановке и решению различных прикладных задач, включая задачи, связанные с проблематикой разработки и функционирования информационных систем различных уровней, обеспечить владение численными методами анализа возникающих оптимизационных постановок, привить навыки теоретического анализа, практического получения и интерпретации результатов применения вычислительных методов оптимизации для принятия оптимальных решений.

Преподавание дисциплины направлено на решение следующих задач обучения:

- развитие навыков в постановке прикладных задач как задач оптимизации, включая многокритериальные задачи;
- усвоение основных понятий и фактов из выпуклого анализа;
- овладение основами и подходами теории условий оптимальности для различных типов задач (принципа Беллмана для задач динамического программирования, условий Лагранжа и Каруша–Куна–Таккера для задач математического программирования);
- освоение терминологии в области теории и методов вычислительной оптимизации;
- теоретическое и практическое освоение основных принципов построения вычислительных методов поиска локальных экстремумов для задач конечномерной нелинейной локальной оптимизации с ограничениями и без ограничений;
- теоретическое и практическое освоение методов многоэкстремальной оптимизации с ограничениями и без ограничений;
- развитие практических умений в программной реализации и применении вычислительных методов оптимизации к решению конкретных задач, а также их теоретическом анализе.

Дисциплина дает навыки постановки задач из различных предметных областей как задач оптимизации, создает необходимую теоретическую базу для математически грамотного построения и применения вычислительных методов локальной и многоэкстремальной оптимизации к решению различных прикладных задач, включая применения в наукоемкой сфере развития современных информационных технологий. Таким образом, дисциплина отвечает основным целям и задачам подготовки студентов по направлению «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Изучение дисциплины «Методы оптимизации» приводит к повышению уровня овладения рядом компетенций, приведенных в таблице.

<b>Формируемые компетенции</b> (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций</b>
<p><i>способность к ведению научно-исследовательской деятельности в области фундаментальной информатики и информационных технологий (ПК-1);</i></p> <p><i>- способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий (ПК-1-1);</i></p> <p><i>(завершающий этап)</i></p>	<p><b>Уметь:</b></p> <p><i>У1 (ПК-1-1) применять базовые знания естественных наук, математики и информатики</i></p> <p><i>У2 (ПК-1-1) решать математические задачи и проблемы из области методов оптимизации, аналогичные ранее изученным:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><i>1. выполнять математическую постановку задач оптимизации</i></li> <li><i>2. строить вычислительные схемы решения задач динамического программирования с помощью уравнений Беллмана;</i></li> <li><i>3. использовать методы свертки в задачах многокритериальной оптимизации;</i></li> <li><i>4. находить решения задач математического программирования, имеющих простое аналитическое описание, с использованием условий Каруша-Куна-Таккера;</i></li> <li><i>5. выбирать эффективные вычислительные методы решения нелинейных задач оптимизации различного типа и правильно интерпретировать результаты.</i></li> <li><i>6. применять универсальные математические пакеты для выполнения оптимизационных расчетов;</i> <p><i>У3(ПК-1-1) доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения;</i></p> <p><i>У4(ПК-1-1) проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</i></p> <p><b>Знать:</b></p> <p><i>З1 (ПК-1-1) основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение методов оптимизации</i></p> <p><i>З2 (ПК-1-1) основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, алгоритмы, изучаемые в дисциплине:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><i>1. принцип Р.Беллмана, структуру рекуррентных уравнений Р.Беллмана;</i></li> <li><i>2. понятие оптимальности для задач векторной оптимизации;</i></li> <li><i>3. основные понятия и факты из выпуклого анализа, включая свойства выпуклых функций;</i></li> <li><i>4. запись условий оптимальности для различных типов задач математического программирования: условия Лагранжа, Каруша–Куна–Таккера, достаточные условия второго порядка и их роль в построении численных методов;</i></li> </ol> </li></ol>

	<p>5. классические и эффективные вычислительные методы одномерной, многомерной локальной и глобальной оптимизации и условия их применимости;</p> <p>6. методы учета ограничений в локальной и многоэкстремальной оптимизации.</p> <p>33 (ПК-1-1) дополнительные принципы, факты, понятия, методы и алгоритмы из предметной области.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p><i>B1 (ПК-1-1)</i> терминологией предметной области;</p> <p><i>B2 (ПК-1-1)</i> приемами аналитического решения и интерпретации результатов для задач из различных разделов методов оптимизации;</p> <p><i>B3 (ПК-1-1)</i> основными приемами проведения математических доказательств;</p> <p><i>B4 (ПК-1-1)</i> математическим и алгоритмическим мышлением, математической культурой;</p> <p><i>B5 (ПК-1-1)</i> принципами построения и выбора эффективных численных методов решения нелинейных задач оптимизации.</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Структура дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часов, из которых 98 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем в процессе проведения занятий: 32 часов – занятия лекционного типа, 32 часов – занятия семинарского типа (научно-практические занятия), 32 часа – лабораторные работы, 2 часа мероприятия промежуточной аттестации. Самостоятельная работа студента составляет 46 часов (в том числе 36 часов подготовки к экзамену).

#### 3.2. Содержание дисциплины

##### 3.2.1. Сводная таблица содержания дисциплины

Все виды занятий, указанные в таблице, проводятся в очной форме.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины*  Форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе					Самост. работа студента, часы
		Контактная работа, часы из них					
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего		
Раздел 1. Введение: постановки задач нелинейного математического программирования, многокритериальные задачи. Динамическое программирование	28	6	6	8	20	8	
Раздел 2. Элементы выпуклого анализа. Теория условий	28	6	6	8	20	8	

оптимальности.						
Раздел 3. Численные методы безусловной локальной оптимизации.	30	6	6	8	20	10
Раздел 4. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации.	26	6	6	4	16	10
Раздел 5. Численные методы многоэкстремальной оптимизации	30	8	8	4	20	10
В т.ч. текущий контроль 2 ч.						
<b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>						

*\*Краткое содержание разделов дисциплины приведено под таблицей в п.3.2.2.*

### 3.2.2. Краткое содержание разделов дисциплины

Отдельные вопросы программы, отмеченные звездочкой (\*), включены как дополнительные, излагаемые в виде обзора и выносятся на самостоятельную проработку студентами. Проводимые консультации-обсуждения относятся именно к этому самостоятельно разбираемому материалу.

Раздел 1. Введение: постановки задач нелинейного математического программирования, многокритериальные задачи. Динамическое программирование

#### 1.1. Вводная часть

Предмет дисциплины. Классификация задач оптимизации, различные трактовки понятия решения. Задачи векторной и скалярной оптимизации. Оптимальность по Парето и Слейтеру.

#### 1.2. Динамическое программирование.

Математические модели задач динамического программирования с дискретным временем. Принцип Р.Беллмана в форме необходимого и в форме достаточного условия. Вывод рекуррентных уравнений Р. Беллмана. Обобщение метода Беллмана на задачи с нефиксированным временем окончания процесса. Метод Дейкстры и его связь с принципом Беллмана\*.

Раздел 2. Элементы выпуклого анализа. Теория условий оптимальности

#### 2.1. Постановка задачи математического программирования

Общая постановка задачи математического программирования. Целевая функция, функции ограничений, допустимая область. Понятия локального и глобального экстремумов. Геометрическое представление задачи: поверхность равного уровня, градиент и его свойства. Производная по направлению, конус направлений строгого локального убывания дифференцируемой функции.

#### 2.2. Элементы выпуклого анализа (элементы теории выпуклых множеств и функций)

Выпуклое множество, проекция точки на множество, отделимость точки и множества. Свойства проекции точки, теоремы отделимости. Выпуклые (вогнутые) функции, их свойства. Критерии выпуклости дифференцируемых и дважды непрерывно дифференцируемых функций. Задача выпуклого математического программирования. Ее свойства.

#### 2.3. Условия оптимальности в задачах математического программирования

Необходимые условия экстремума в гладкой задаче без ограничений (теорема Ферма) и задаче с ограничениями–равенствами (теорема Лагранжа), функция Лагранжа. Регулярность допустимой области, достаточное условие регулярности в задаче с гладкими ограничениями–равенствами.

Выпуклые задачи математического программирования. Функция Лагранжа. Теорема Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме, записанные через принцип минимума и в терминах седловой

точки функции Лагранжа. Достаточное условие регулярности Слейтера. Теорема Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме.

Общая гладкая задача математического программирования. Обобщение теоремы Каруша-Куна-Таккера. Достаточное условие регулярности допустимой области в точке в терминах линейной независимости набора градиентов.

Условия второго порядка для локального минимума. Теоремы о достаточных (необходимых) условиях второго порядка для строгого локального минимума в задачах с ограничениями\*.

### Раздел 3. Численные методы безусловной локальной оптимизации

#### *3.1. Понятие метода поисковой оптимизации, модель задачи оптимизации*

Понятие численного метода оптимизации. Классификация методов. Пассивные и последовательские алгоритмы. Методы второго, первого порядков, методы прямого поиска.

#### *3.2. Принцип наилучшего гарантированного результата, оптимальность алгоритма*

Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные и  $\varepsilon$ -оптимальные алгоритмы. Вывод оптимальных и  $\varepsilon$ -оптимальных пассивных и последовательных N-шаговых алгоритмов для унимодальной модели функции на отрезке. Метод Фибоначчи. Метод золотого сечения и их взаимосвязь. Методы дихотомии.

#### *3.3. Методы поиска безусловного локального минимума*

Градиентные методы, метод Ньютона, их свойства. Метод прямого поиска Хука-Дживса.

Другие методы: Ньютона-Рафсона\*, сопряженных градиентов Флетчера-Ривса\*, переменной метрики Давидона-Флетчера-Пауэлла\*. Метод Ньютона-Рафсона с модификацией матрицы по модифицированному преобразованию Холесского\*.

### Раздел 4. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации

Классификация методов учета ограничений. Обзор методов сведения задачи с ограничениями к задачам без ограничений. Метод штрафных функций, его обоснование и свойства.

Методы модифицированных функций Лагранжа.\*

### Раздел 5. Численные методы многоэкстремальной оптимизации

Проблемы многоэкстремальной оптимизации. Класс липшицевых функций и его свойства. Метод Пиявского в одномерных и многомерных задачах, его обоснование. Информационно-статистический алгоритм одномерной оптимизации. Оценивание константы Липшица.

Редукция размерности на основе разверток и многошаговой схемы\*. Компонентные методы. Метод деления на три Ю.Г.Евтушенко. Специальные методы учета ограничений в многоэкстремальной оптимизации.

## **4. Образовательные технологии**

В процессе изучения дисциплины при проведении занятий различных видов используются разные формы образовательных технологий. А именно, занятия проводятся в виде: лекций с различными форматами проведения, научно-практических занятий в частично семинарской форме, лабораторных практикумов с включением индивидуальных исследовательских занятий, групповых и индивидуальных консультаций по теории, внеаудиторной самостоятельной работы студентов, подготовки заданий по лабораторным практикумам, консультаций по индивидуальным заданиям в рамках лабораторных работ, включая дистанционные консультации. Используются: информационные технологии для дистанционной проверки заданий, специализированные программные средства проведения лабораторных практикумов, работа с материалами, размещенными в Интернет. Занятия лекционного типа составляют около 30% от объема часов контактной работы со студентами по данной дисциплине. Научно-

практические занятия и лабораторные практикумы в основной своей части проводятся в интерактивной форме.

Для поддержки курса разработаны компьютерные программные лаборатории «OptWay» и «LocOpt», установленные в учебном компьютерном классе лаборатории «Динамика и оптимизация» кафедры ТУиДС (ауд. 220, корп.2 ННГУ), ряд учебно-методических пособий.

При выполнении лабораторных практикумов, при самостоятельной работе и при подготовке к промежуточной аттестации в форме экзамена студенты имеют доступ к методическим материалам курса, размещенным на сайте кафедры ТУиДС института ИТММ по электронному адресу <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/>, а также на сайте ННГУ по электронному адресу <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>, режим доступа – свободный.

## **5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Ниже приводятся виды самостоятельной работы студентов, порядок их выполнения и контроля, приводится учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по ее отдельным видам и разделам дисциплины.

### **Виды самостоятельной работы студентов:**

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка к выполнению работ лабораторного практикума;
- подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена.

### **5.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий**

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов, методических материалов в виде курса лекций «Методы нелинейной оптимизации» (автор: Городецкий С.Ю.) в электронной форме, размещенного на сайте кафедры ТУиДС по адресу: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/>. Контроль выполняется в форме проведения ежемесячного письменного экспресс-опроса по понятиям, фактам, формулировкам, выполняемого в течение 15 минут на научно-практических занятиях. Опросы включают по пять коротких вопросов и оцениваются дробными баллами от 0 до 5 (сумма баллов, полученных за ответ на каждый вопрос), а также итоговым двоичным показателем «зачтено»-«не зачтено». «Зачтено» соответствует полученным баллам от 3 и выше.

### **5.2. Подготовка к выполнению работ лабораторного практикума**

**Порядок подготовки и проведения.** Лабораторный практикум включает ряд тем, освоение которых предполагает самостоятельное предварительное изучение студентами дополнительного теоретического материала, выходящего за пределы материала, представленного в лекциях.

Проведение лабораторного практикума включает две части: во-первых, дискуссионно-семинарское обсуждение круга поставленных в работе проблем, обсуждение индивидуальных заданий; во-вторых, экспериментально-исследовательская часть, заканчивающаяся обсуждением и сопоставлением полученных результатов.

### **Темы лабораторного практикума**

*Лабораторный практикум 1. Поиск оптимальных путей на графах с векторными весами.*



*Лабораторный практикум 2. Использование условий оптимальности для численного решения задач математического программирования с использованием математических пакетов.*

*Лабораторный практикум 3. Исследование методов безусловной локальной оптимизации в программной лаборатории LocOpt.*

*Лабораторный практикум 4. Исследование метода штрафов в программной лаборатории LocOpt.*

*Лабораторный практикум 5. Экспериментальное исследование методов многоэкстремальной оптимизации.*

### **Методические материалы для самостоятельной работы по темам 1-5 лабораторного практикума**

1. Городецкий С.Ю. Методы оптимизации на графах с векторными весами ребер. Методическая разработка. – Н.Новгород: ННГУ, 2004 (фонд печатных изданий кафедры ТУиДС). В форме электронного документа – URL: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/> – свободный доступ.
2. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебно-методическое пособие. / Бирюков Р.С., Григорьева С.А., Городецкий С.Ю., Павлючонок З.Г., Савельев В.П. – Н.Новгород: ННГУ, 2010 (фонд печатных изданий кафедры ТУиДС). В форме электронного документа – URL: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/> – свободный доступ.
3. Городецкий С.Ю. Вычислительные методы поиска локальных экстремумов функций. Методическая разработка. — Н. Новгород: ННГУ, 2000 (фонд печатных изданий кафедры ТУиДС). В форме электронного документа – URL: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/> – свободный доступ.
4. Городецкий С.Ю. Лабораторный практикум по методам локальной оптимизации в программной системе LocOpt. Электронный ресурс: <http://www.unn.ru/issues/aids.html?pscience=6&posdate=2007>.
5. Методы поиска глобального экстремума. Методические указания./ Городецкий С.Ю. – Горький:, ГГУ, 1990 (фонд печатных изданий кафедры ТУиДС). В форме электронного документа – URL: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/> – свободный доступ.
6. Городецкий С.Ю., Гришагин В.А. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация. Учебное пособие. Н.Новгород: изд. ННГУ, 2007.

#### **Способы, средства и порядок контроля**

Контроль самостоятельной работы студентов при подготовке теоретической части лабораторных практикумов выполняется в форме устного опроса-беседы-допуска по необходимой теории, проводимого в начале каждого занятия по лабораторному практикуму. Шкала оценивания троичная: «не зачтено», «зачтено условно», «зачтено». В первых двух случаях, студенты получают дополнительные индивидуальные теоретические задания различного объема и должны отчитаться по их выполнению письменно.

### **5.3. Подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям**

Домашние задания выдаются по имеющемуся задачнику, который включает краткий теоретический материал и примеры решения задач из каждого раздела:

1. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебно-методическое пособие. / Бирюков Р.С., Григорьева С.А., Городецкий С.Ю., Павлючонок З.Г., Савельев В.П. – Н.Новгород: ННГУ, 2010. В форме электронного документа – URL: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/> – доступ свободный.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого практического занятия. Используется три формы контроля: – заполнение листа самооценки степени выполнения каждого из домашних заданий; – выборочная проверка выполнения заданий у двух-трех человек из группы; – проверка в форме коллективного обсуждения у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

#### **5.4. Подготовка к выполнению письменных контрольных работ**

В течение семестра проводится две аудиторные контрольные работы по материалам разделов лекционного курса: 1 и 2 (см. таблицу с описанием разделов дисциплины из п. 3.2.1).

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно прочитать теоретические разделы в задачнике, указанном в п.5.3, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы (раздел 7), а также самостоятельно решать несколько задач по теме контрольной работы из указанного задачника.

#### **5.5. Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена**

В качестве методических материалов при подготовке к экзамену рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, методические материалы в виде курса лекций «Методы нелинейной оптимизации» (автор: Городецкий С.Ю.) в электронной форме, размещенного на сайте кафедры ТУиДС по адресу: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/>, методические издания, использованные при подготовке к выполнению лабораторного практикума (см. список методических изданий кафедры в разделе 5.2), а также источники, рекомендованные в списке литературы раздела 7.

**Список вопросов, выносимых на экзамен, включая разделы, изучаемые студентами в режиме самостоятельной работы**

### **0. ПОНЯТИЕ РЕШЕНИЯ В СКАЛЯРНЫХ И ВЕКТОРНЫХ ЗАДАЧАХ**

0.1. Общая постановка однокритериальной задачи оптимизации. Понятия локально-оптимального и глобально-оптимального решений.

0.2. Обобщение понятий оптимальности на многокритериальные задачи оптимизации. Решения оптимальные по Парето и Слейтеру (эффективные и полужффективные решения). Методы линейной свертки и свертки Гермейера, их основные свойства (по материалам лабораторной работы).

### **1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

1.1. Задачи с фиксированным временем начала и окончания. Постановка. Понятие функции Беллмана (определение) при решении «от начала», а также «от конца». Метод рекуррентных уравнений Беллмана (вывод, включая лемму о расщеплении инфинума, и применение). Принцип Беллмана как необходимое условие (с доказательством для аддитивного критерия) и как достаточное условие (с доказательством) для в задачах с аддитивным критерием и критерием в виде максимума (использовать материалы лабораторной работы). Связь принципа Беллмана с уравнениями Беллмана. Обратные рекуррентные соотношения Беллмана (запись от начала процесса). Пример использования соотношений Беллмана (решение задачи об оптимальном распределении с функцией дохода в виде квадратного корня).

1.2. Задачи с нефиксированной длительностью процесса.

Постановка. Обобщение уравнений Беллмана. Задачи поиска оптимальных путей на графах с неотрицательными весами ребер: метод Дейкстры с доказательством оптимальности построенных им путей (по материалам лабораторной работы), связь с принципом Беллмана. Задачи на графах с векторными весами ребер. Отыскание оптимальных по Парето и Слейтеру решений методом сверток, согласование вида свертки с видом критерия (использовать материалы лабораторной работы).

### **2. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫПУКЛОГО АНАЛИЗА, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ**

2.1. Выпуклые множества, выпуклые функции (выпуклость и строгая выпуклость). Проекция точки на множество, две леммы о свойствах проекции. Отделимость точки и множества, строгая и сильная

отделимость, две теоремы об отделимости. Свойства выпуклых функций (с доказательствами, кроме свойства непрерывности во внутренних точках), критерии выпуклости. Задача выпуклого математического программирования и ее свойства. Возможность отсечений подмножеств, не содержащих глобального минимума, по измерениям градиента в гладких выпуклых задачах.

2.2. Градиент и производная по направлению, ее вычисление, свойства градиента. Условие оптимальности первого порядка при отсутствии ограничений: теорема Ферма. Задачи с ограничениями, функция Лагранжа. Запись условий экстремума первого порядка в задачах математического программирования. Определение понятия регулярности допустимого множества в точке и в целом. Теоремы об условиях оптимальности: теорема Лагранжа (для гладкой задачи с ограничениями–равенствами); теорема о достаточности условий Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме; теорема об эквивалентной записи этих условий через седловую точку и через принцип минимума; теоремы о необходимых и достаточных условиях минимума в недифференциальной форме и в дифференциальной форме для класса выпуклых регулярных задач; теорема Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме для невыпуклых задач (последняя теорема – без доказательства). Геометрическая интерпретация условий оптимальности, записанных в градиентной форме для теоремы Лагранжа и Каруша-Куна-Таккера. Геометрическая интерпретация ситуации  $\lambda_i < 0$  при разложении антиградиента целевой функции в выпуклой задаче при неверной гипотезе о наборе активных неравенств.

Достаточные условия регулярности для допустимых множеств разных типов: условия регулярности в точке, записанные в градиентной форме для задач с гладкими равенствами; аналогичные условия для задач с гладкими равенствами и неравенствами; условие регулярности Слейтера для допустимого множества и условия его применимости.

Теорема о достаточных условиях второго порядка для строгого локального минимума в задачах с ограничениями (без доказательства).

2.3. Понятие метода поисковой оптимизации. Испытание и порядок испытания. Априорная и поисковая информация. Пассивные и последовательные алгоритмы. Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные и  $\varepsilon$ -оптимальные алгоритмы. Одношаговая оптимальность. Класс унимодальных функций, правило сокращения интервала по двум и по  $k$  измерениям. Построение оптимальных и  $\varepsilon$ -оптимальных пассивных  $N$ -шаговых алгоритмов,  $\varepsilon$ -оптимального последовательного  $N$ -шагового алгоритма (метод Фибоначчи). Неоптимальные алгоритмы: методы золотого сечения и два варианта метода дихотомии. Связь метода Фибоначчи с методом золотого сечения.

2.4. Метод поиска глобального минимума выпуклой дифференцируемой функции на выпуклом многограннике. Вид нижней оценки выпуклой функции по ее испытаниям первого порядка. Сведение к последовательности задач линейного программирования.

Задачи поиска локального экстремума в задачах без ограничений. Общая структура итерационных методов локального поиска. Понятие порядка метода. Линейная, сверхлинейная и квадратичная скорости сходимости (определения).

Два критерия выбора шагового множителя. Алгоритмы Армихо и одномерной минимизации. «Аккуратный» одномерный поиск. Классические методы многомерного локального поиска и их свойства: градиентные методы, включая метод наискорейшего градиентного поиска, и метод Ньютона. Теоремы сходимости для этих методов, свойства. Методы прямого поиска на примере метода Хука-Дживса.

Общие представления об эффективных методах локальной оптимизации: алгоритм метода Ньютона с регулировкой шага (например, по Армихо), модификация матрицы Гессе до положительной определенности на основе модифицированного преобразования Холесского; квазиньютоновское условие, квазиньютоновский метод Давидона-Флетчера-Пауэлла; понятие сопряженных направлений, понятие метода сопряженных направлений и их поведение на квадратичных строго выпуклых функциях, алгоритм метода Флетчера-Ривса для квадратичных и неквадратичных функций (по материалам лабораторных работ).

2.5. Общие методы решения задач с ограничениями. Метод внешних штрафных функций, степенная функция штрафа. Влияние показателя степени на гладкость функции штрафа. Теорема сходимости.

2.6. Задачи многоэкстремальной оптимизации. Липшицевы функции и их свойства. Метод Пиявского, теорема о свойствах. Версия метода с использованием оценки константы Липшица. Одномерный вариант метода Пиявского — метод ломанных. Алгоритм информационно-статистического метода в сравнении с методом ломанных.

Многомерные многоэкстремальные задачи. Метод деления на три, теорема о свойствах. Обобщение метода деления на три на задачи с ограничениями-неравенствами для случая непустого допустимого множества.

**Минимальные требования для сдачи экзамена на «удовлетворительно» при неспособности воспроизводить обоснование и доказательства теоретических положений материала дисциплины:**

- а— умение решать типовые практические задачи из разных разделов курса;
- б— знание определений и способность к их содержательной интерпретации;
- в— знание основных постановок задач для всех разделов курса;
- г— знание и понимание(в основном) формулировок основных свойств, лемм и теорем;
- д— описание алгоритмов и расчетных формул основных численных методов и их содержательная трактовка;
- е— умение решать типовые задачи из разных тем;
- ж— способность ответить на теоретические и практические вопросы по имеющимся лабораторным задолженностям (при наличии задолженностей)

## **6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

### **Оценивание уровня сформированности компетенции ОПК-4**

Уровень формирования ОПК-4, в основном, проверяется в ходе выполнения студентами *лабораторных практикумов*, в частности, *самостоятельном разборе* студентами необходимого теоретического материала, а также при *выполнении индивидуальных заданий* на лабораторных практикумах, которые могут включать *самостоятельный поиск информации*, например, по использованию математических пакетов для визуализации и исследования оптимизационных задач. Контроль уровня формирования компетенции ОПК-4 выполняется как в процессе коллективного обсуждения самостоятельно разобранного теоретического материала по темам лабораторного практикума, так и при обсуждении результатов выполнения полученных студентами индивидуальных заданий и интерпретации ими этих результатов.

Характеристика уровня формирования компетенции ОПК-4 носит экспертный характер со стороны преподавателя и, следовательно, не исчисляется в баллах, а носит качественный характер. Уровень ее формирования можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий».

### **Оценивание уровня сформированности компетенции ПК-1 (ПК-1-1)**

Уровень формирования ПК-1, в основном, проверяется в ходе выполнения студентами *практических заданий*, как при самостоятельной домашней работе, так и на аудиторных

практикумах, а также при *выполнении контрольных работ*. Завершающая проверка проводится в ходе устного экзамена. При использовании различных форм контроля применяются различные критерии оценивания, которые могут быть сведены в обобщенную характеристику овладения компетенцией. При этом в таблице указаны соответствующие степени овладения материалом (знания, умения, навыки).

ПК-1.	Показатели уровня формирования компетенции	Характеристика уровня формирования компетенции
<p><b>Уметь:</b>  <i>У1 (ПК-1-1)</i> применять базовые знания естественных наук, математики и информатики  <i>У2 (ПК-1-1)</i> решать математические задачи и проблемы из области методов оптимизации, аналогичные ранее изученным  <i>У3(ПК-1-1)</i> доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения;  <i>У4(ПК-1-1)</i> проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</p> <p><b>Знать:</b>  <i>З1 (ПК-1-1)</i> основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение методов оптимизации  <i>З2 (ПК-1-1)</i> основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, алгоритмы, изучаемые в дисциплине.  <i>З3 (ПК-1-1)</i> дополнительные принципы, факты, понятия, методы и алгоритмы из предметной области.</p> <p><b>Владеть:</b>  <i>В1 (ПК-1-1)</i> терминологией предметной области;  <i>В2 (ПК-1-1)</i> приемами аналитического решения и интерпретации результатов для задач из различных разделов методов оптимизации;  <i>В3 (ПК-1-1)</i> основными приемами проведения математических доказательств;  <i>В4 (ПК-1-1)</i> математическим и алгоритмическим мышлением, математической культурой;  <i>В5 (ПК-1-1)</i> принципами построения и выбора эффективных</p>	Отсутствие знаний базового материала, отсутствие способности решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.	Плохой уровень. Соответствует доле освоения от 0 до 15%.
	Наличие грубых ошибок в З1, основном материале дисциплины, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие основных навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень.  Соответствует доле освоения от 15 до 34%.
	Знание основных базовых понятий, фактов и методов анализа и алгебры, а также предметной области данной дисциплины, но со значительным количеством ошибок не грубого характера. Демонстрация умений на уровне У1, а также У2 с рядом негрубых ошибок, в небольшой мере – У3. Владение теоретическим материалом и стандартными методами на уровне В3 и В5 с не принципиальными ошибками.	Удовлетворительный уровень. Соответствует доле освоения от 35 до 59%.
	Знание основных понятий, фактов и методов базовых предметов и из предметной области дисциплины с рядом заметных погрешностей. Демонстрация умений на уровне У1,У2 с незначительными погрешностями, а также	Хороший уровень. Соответствует доле освоения от 60 до 79%.

численных методов решения нелинейных задач оптимизации.	владения материалом на уровне В1 и В2 в стандартных ситуациях с рядом небольшими погрешностей	
	Хорошие знания на уровне З1, а также основных понятий, фактов и методов предметной области с небольшими погрешностями на уровне З2. Демонстрация умений на уровне У1, У2 практически без погрешностей, а на уровне У3, небольшими погрешностями. Владение материалом на уровне В1-В3 и частично на уровне В4 в стандартных ситуациях.	Очень хороший уровень формирования компетенции. Соответствует доле освоения от 80 до 89%.
	Знание на уровнях З1, З2 по всем разделам без ошибок и погрешностей. Демонстрация умений на уровне У1, У2, У3. Владение всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.	Отличный уровень формирования компетенции. Соответствует доле освоения от 90 до 95-99%.
	Знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешностей. Демонстрация умений на уровне У1-У4. Свободное владение всеми навыками В1-В5 в стандартных и нестандартных ситуациях.	Превосходный уровень формирования компетенции. Соответствует доле освоения 100% и несколько выше 100%.

## 6.2. Описание шкал оценивания

Шкалы и процедуры оценивания этапов формирования компетенций при использовании различных формах контроля, а также процедуры оценивания в ходе устного экзамена представлены в разделе 6.3.

Ниже в форме таблицы приведена шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме устного экзамена.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	На экзамене обучаемый показал высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, а также способность к самостоятельному доказательству новых фактов, заметно отличающихся от рассмотренных в курсе, творческий подход к разрешению нестандартных ситуаций. Имеет отличные результаты выполнения контрольных работ в семестре, а также полностью и творчески выполненный лабораторный практикум.

	Освоение материала на 100% и выше.
Отлично	Обучаемый показал достаточно высокий уровень подготовки при наличии незначительных погрешностей, способность к самостоятельному доказательству новых фактов, похожих на рассмотренные в курсе. Имеет отличные или очень хорошие результаты выполнения контрольных работ в семестре, а также выполненный лабораторный практикум. Демонстрирует способность решать дополнительные предложенные задачи, требующие оригинальности мышления. Освоение материала на уровне 90-99%
Очень хорошо	В целом – весьма хорошая подготовка. Обучаемый дает ответы на все теоретические вопросы билета, воспроизводит стандартные доказательства, но с рядом ошибок и неточностей; может решать задачи из всех основных разделов, имеет выполненный лабораторный практикум. Освоение материала на уровне 80-90%
Хорошо	Достаточно хорошая подготовка, но с заметными ошибками или недочетами; получен полный ответ на все теоретические вопросы билета, доказательства, в целом, воспроизводятся, но с рядом ошибок. Практические задания обучаемый выполняет, но с недочетами, лабораторный практикум, в основном, выполнен. Освоение материала на уровне 60-79%
Удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Обучаемый в значительной части отвечает на все вопросы билета, но с множеством ошибок, не носящих грубого характера; не может воспроизводить стандартные доказательства; имеет задолженности или низкую оценку по лабораторному практикуму или по контрольным работам; предложенные практические задания или тесты выполняет с заметными ошибками. Освоение материала на уровне 35-59%.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточна и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Как правило, имеет задолженности по контрольным работам или лабораторному практикуму и не может правильно решить предложенные практические задачи или теоретические тесты. Освоение материала порядка 15-34%.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточна. Обучаемый не отвечает на поставленные вопросы, не понимает терминологию; имеет задолженности по контрольным работам или лабораторному практикуму, не знает подходов к решению практических задач. Присутствуют признаки необучаемости. Освоение материала ниже 15%.

При пересчете в пятибалльную шкалу устанавливается следующее соответствие оценок.

Оценка «отлично» соответствует двум: «превосходно» и «отлично»; оценка «хорошо» – двум оценкам: «очень хорошо» и «хорошо»; оценка «удовлетворительно» соответствует оценке «удовлетворительно»; оценка «неудовлетворительно» – двум оценкам: «неудовлетворительно» и «плохо».

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

### **Технологии оценивания результатов обучения в виде знаний и отдельных умений и владений**

- Письменное тестирование с вопросами открытых типов по проверке знания терминологии и стандартных фактов из теории (может проводиться на практических занятиях, а также в качестве дополнительного инструмента оценивания на устном экзамене; результат оценивается в дробных баллах от 0 до 5 по доле правильных ответов на пять предложенных коротких вопросов) – для проверки *31(ПК-1)* и *32(ПК-1)*, *B1(ПК-1)*.

- Письменное тестирование с вопросами открытых типов по теории лабораторного практикума (применяется на экзамене для студентов, имеющих задолженности по теоретической подготовке по темам лабораторного практикума, в качестве допуска к экзамену, оценивается в дробных баллах от 0 до 5 по доле правильных ответов на пять предложенных вопросов) – для проверки *31(ПК-1)*, *32(ПК-1)*, *B1(ПК-1)*, *B5(ПК-1)*

- Индивидуальное или групповое собеседование по теории лабораторного практикума (проводится в начале занятий лабораторного практикума в качестве теоретического допуска, оценивается по двоичной шкале «зачтено»-«не зачтено») – для проверки *31(ПК-1)*, *32(ПК-1)*, *B1(ПК-1)*, *B3(ПК-1)*.

- Индивидуальное собеседование по теоретическим билетам (проводится в рамках комплексного устного экзамена, результат оценивается по семибалльной шкале) – для проверки *31(ПК-1)*, *32(ПК-1)*, *B1(ПК-1)*, *B3(ПК-1)*.

- Письменные ответы на тестовые вопросы по теории (проводится в рамках письменных переэкзаменовок, результат оценивается в баллах от 0 до 5) – для проверки *31(ПК-1)* и *32(ПК-1)*, *B1(ПК-1)*.

### **Технологии оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

- Письменные контрольные работы с комплексными заданиями (проводятся в форме домашних контрольных работ или же аудиторных работ, оцениваются либо баллами в долях от единицы, либо оценкой от 1 до 7) – для проверки *У1(ПК-1)*, *У2(ПК-1)*.

- Проверка выполнения заданий лабораторного практикума (проводится на занятиях лабораторного практикума, оценивается по двоичной шкале «зачтено»-«не зачтено») – для проверки *У1(ОПК4)*, *У1(ПК-1)*, *У2(ПК-1)*, *B5(ПК-1)*, *B1-B3(ОПК4)*.

- Решение простых, а также комплексных практических задач (проводится во время устного экзамена или письменной переэкзаменовки) – для проверки *У1(ПК-1)*, *У2(ПК-1)*, *B2(ПК-1)*, *B1(ПК-1)*, *B2(ПК-1)*

- Выполнение заданий на доказательство дополнительных фактов (применяется во время устного экзамена, результат оценивается по качественной трехбалльной шкале: «не выполнено», «частично выполнено», «выполнено») – для проверки *У4(ПК-1)*, *B5(ПК-1)*.

- Проведение типовых доказательств по билету (применяется на устном экзамене, результат оценивается в баллах от 0 до 5) – для проверки *У3(ПК-1)*, *B3(ПК-1)*, *B4(ПК-1)*.

### **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации в форме устного экзамена**

Итоговая оценка уровня овладения компетенциями по дисциплине «Методы оптимизации» в значительной части определяется в результате проведении устного экзамена. При этом учитываются результаты процедур оценивания, полученные на предварительных формах контроля, указанных выше: письменное тестирование, результаты собеседований по теории лабораторного практикума, результаты выполнения заданий лабораторного практикума, результаты двух контрольных работ. При этом, если по одной или нескольким указанным формам контроля студент имеет достаточно низкие результаты (а именно, менее трети от максимально возможного по данной форме), то на экзамене до ответа по билету он должен выполнить (с результатом выше указанного минимального уровня) предварительные дополнительные задания, тип которых соответствует форме его задолженности (письменные ответы на тестовые вопросы по теории, письменное тестирование с вопросами открытых типов по теории лабораторного практикума, решение простых, а также комплексных практических



задач). Если указанные задания на должном минимальном уровне не выполняются, на экзамене ставится оценка «плохо» или «неудовлетворительно».

Если задолженности сдаются на допустимом уровне, то студент получает билет по теории, а уровень его практических умений и навыков оценивается по уровню выполнения этих заданий допуска. Если же задолженностей по практическим занятиям и лабораторному практикуму не было, то уровень его практических умений и навыков оценивается по результатам выполнения лабораторного практикума и форм контроля на практических занятиях в ходе обучения (двух контрольных работ и письменного тестирования). Этот уровень учитывается в оценке, полученной на экзамене. Основное влияние на эту оценку оказывает ответ по полученному билету, а также ответы на дополнительные вопросы по теории и результаты решения дополнительных практических задач. Оценка экзамена носит экспертный характер и непосредственно отражает уровень сформированности компетенций, поддерживаемых дисциплиной. Оценка ставится по принятой в ННГУ семибалльной шкале, описанной в разделе 6.2.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

#### Типовые примеры заданий для контрольных работ

Пример типового задания для контрольной работы 1 (оценка формирования ПК-1-1).

1. Планируется производство на двух предприятиях в течение  $N$  лет. Сумма начальных средств в фонде развития, предназначенных для распределения равна  $S$ . Средства в размере  $u$ , выделенные  $i$ -му предприятию в начале очередного года, приносят за год доход  $J_i(u)$ , а также сумму  $f_i(u)$ , передаваемую в совместный фонд развития для дальнейшего финансирования производства. Средства выделяются предприятиям суммами, кратными величине  $d$  так, что средства фонда полностью делятся между предприятиями, за исключением сумм, меньших  $d$  (эти последние суммы теряются). В начале каждого следующего года средства, переданные в фонд, объединяются и заново делятся. Необходимо добиться максимального суммарного совокупного дохода, образованного из значений функций  $J$ , за счет выбора стратегии перераспределения средств.

Поставить задачу в форме задачи динамического программирования, записать вид рекуррентных уравнений Беллмана для произвольного  $N$ / Выполнить расчеты при следующих данных:  $N=3, S=120, f_1(u)=0.4u, f_2(u)=0.6u, d=20$ .

$u$	0	20	40	60	80	100	120
$J_1(u)$	0	5	8	12	14	15	16
$J_2(u)$	0	3	5	8	12	14	15

#### Пример типовых заданий для контрольной работы 2 (оценка формирования ПК-1)

МП-1. Определить тип задачи, выяснить регулярность области.

Найти решение.

$$\min x^2 + (1/2)y^2 + z^2 + (x+y)z - 2x - z$$

$$7 + y + z \geq 0$$

$$x + z \geq 5$$

$$2x + y + z + 1 \geq 0$$

$$4z - x \geq 10$$

$$x + y + 2z = 1$$

МП-2. Привести (в геометрической форме представления) пример гладкой задачи с ограничениями-равенствами, где существует точка, удовлетворяющая условиям Лагранжа, но не являющаяся ни локальным минимумом, ни максимумом.

МП-3. Будет ли на классе гладких задач регулярно допустимое множество в виде полосы шириной  $2R$ ? из которой вырезан вписанный в нее круг радиуса  $R$ ? Привести обоснование ответа.

Результаты контрольных работ оцениваются дробными баллами от 0 до 1 за решение каждой задачи. Затем сумма баллов за отдельные задачи пропорционально пересчитывается в общую оценку от 0 до 5.

**Примеры дополнительных индивидуальных вопросов-заданий по теории лабораторных практикумов** (на примере лабораторных работ 1 и 2)

*Пример индивидуального дополнительного задания по лабораторному практикуму 1* (оценка формирования ПК-1-1).

1. Привести свой пример графа и постановки задачи с нарушением принципа Беллмана в форме необходимого условия.
2. Сформулировать принцип Беллмана в форме достаточного условия «с конца». Доказать для критерия типа максимума.
3. Доказать, что при строго положительных коэффициентах свертки решениями в методе линейной свертки будут являться только эффективные (оптимальные по Парето) пути.
4. Привести свой пример поэтапного выполнения метода Дейкстры для графа с 5-7 вершинами для критерия типа максимума. Подобрать пример, приводящий к изменению пометок ребер у некоторых вершин и остановку вычислений до того, как все вершины приобретут постоянные метки.
5. В чем Вы видите связь метода Дейкстры с принципом Беллмана в форме достаточного условия?
6. Сформулируйте и обоснуйте известные Вам свойства свертки Гермейера.

*Пример индивидуального дополнительного задания по лабораторному практикуму 2* (оценка формирования ПК-1-1).

1. Дать определение регулярности области в точке. Привести свой пример области, порожденной гладкими неравенствами (для класса гладких задач), с нарушением регулярности в одной из точек (с обоснованием).
2. Привести пример допустимого множества, для которого существует допустимая точка, где ограничения–неравенства выполняются строго, а условие Слейтера применять нельзя. Проанализировать его доказательство и указать причину его неприменимости в Вашем случае.
3. Привести свой пример ситуации (для гладкого случая), когда точка удовлетворяет всем условиям Куна-Таккера, но не является локальным минимумом.
4. Как должны измениться условия оптимальности для гладких задач с неравенствами в задачах на максимум? Привести геометрическую иллюстрацию взаиморасположения векторов градиентов в соответствующем случае. Обосновать.
5. Доказать, что на классе гладких задач с невыпуклой целевой функцией и областью, удовлетворяющей достаточному условию регулярности Слейтера, это условие применимо при наличии гладкости ограничений. Т.е. требуется доказать это достаточное условие регулярности для измененного класса задач.

## Примеры экзаменационных билетов

(оценка формирования ПК-1-1)

---

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Кафедра ТУиДС

Дисциплина Методы оптимизации – ФИИТ

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Теорема Каруша–Куна–Таккера в дифференциальной форме для выпуклой задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств.
  2. Постановка задачи динамического программирования. Метод рекуррентных уравнений Р. Беллмана
- 

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Кафедра ТУиДС

Дисциплина Методы оптимизации – ФИИТ

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Понятия отделимости множества и точки. Теоремы об отделимости.
  2. Методы дихотомии для унимодальных задач.
- 

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Кафедра ТУиДС

Дисциплина Методы оптимизации – ФИИТ

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Понятие выпуклой, строго выпуклой функции. Критерий выпуклости дифференцируемой функции.
  2. Теорема о сходимости метода наискорейшего градиентного поиска.
- 

## Примеры практических задач на экзамене (оценка формирования ПК-1-1)

### 1. Задача из раздела «Динамическое программирование»

Методом динамического программирования решить следующую задачу. При указанных ниже ограничениях на переменные:  $x_k \geq 0, (k=1,...,N), 1x_1 + 2x_2 + ... + Nx_N \leq a$  максимизировать произведение  $\prod_{k=1}^N \sqrt{x_k}$ . Найти решение при  $N = 4$

### 2. Задача из раздела «Численные методы»

Получить оценку погрешности решения задачи

$$\min \{-(x-1)^2 : g(x) = x-2 \leq 0, x \in E = \{x : x \geq 1\}\}.$$

по невязке в ограничении в зависимости от величины коэффициента штрафа  $\gamma$ . Считать, что задача решается методом внешнего степенного штрафа с показателем степени  $p = 2$ . Оценить количество итераций метода штрафа

для решения задачи с погрешностью  $\delta = 0.001$  по невязке, равной  $\max\{0; g(x)\}$ , если начальное значение коэффициента штрафа  $\gamma_0 = 2$  и его значения удваиваются после каждой итерации.

3. Задача из раздела «Условия оптимальности в задачах математического программирования»

Выполнить анализ типа задачи, найти глобальный минимум:

$$\min 30y - 18xy - 10x + 11(x^2 + y^2)$$

$$1 + y \geq 0$$

$$x - 4y \leq -5$$

$$3x - y \leq -4$$

**Примеры тестовых вопросов-заданий для допуска по теории на экзамене (оценка формирования ПК-1-1)**

01a. Какая функция называется функцией Беллмана $S_k(x)$ , смысл ее аргумента?
01b. Дайте определение выпуклого множества. Выпукло ли пустое множество?
01c. Дайте определение производной функции по направлению и формулу ее вычисления через градиент.
01d. Чем определяется порядок вычислительного метода оптимизации? Приведите примеры методов первого и второго порядка.
01e. Каким образом можно свести задачу с ограничениями-неравенствами к задаче с ограничениями-равенствами?.
02a. Дайте определение решения, оптимального по Парето. Поясните картинкой.
02b. Дайте определение проекции точки $y$ на множество $D$ . Картинка-пример. Первая лемма о проекции.
02c. Определите множество направлений строгого локального убывания функции $Q$ в точке $x$ , если $\nabla Q(x) = (1; 2)$ .
02d. Назовите составляющие понятия вычислительного метода оптимизации. Укажите эти составляющие на примере метода наискорейшего градиентного поиска.
02e. Запишите неравенства для значений $Q(x_{\gamma_k}^*)$ и $H(x_{\gamma_k}^*)$ , показывающие свойства метода штрафов в плане характера приближения оценок к решению.

## 6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. Учебное пособие – 2-е изд. перераб. и доп. – М.:Наука,1988. (220 экз.)

2. Городецкий С.Ю., Гришагин В.А. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация. Учебное пособие. Н.Новгород: изд-во ННГУ, 2007. – 489 с. (81экз.)
3. Карманов В.Г. Математическое программирование. Учебное пособие. – М.: Физматлит, 1986 или 2008. (136 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация.– М.: Мир, 1985. (45 экз.)
2. Сергеев Я.Д., Квасов Д.Е. Диагональные методы глобальной оптимизации. М.: Физматлит, ННГУ, 2008. (14 экз.)
3. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. 2-е издание. — М.: Наука, 2011. – Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
4. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации: Учеб. Пособие. 2-е переработанное издание – М.: Физматлит, 2008. – Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2010, 2016, URL: <https://e.lanbook.com>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Городецкий С.Ю. Лабораторный практикум по методам локальной оптимизации в программной системе LocOpt. Электронный ресурс: <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>.
2. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
3. Для поддержки курса разработаны компьютерные программные лаборатории «OptWay» и «LocOpt», установленные в учебном компьютерном классе лаборатории «Динамика и оптимизация» кафедры ТУиДС (ауд. 220, корп.2). Кроме того, при проведении лабораторных работ используются математические пакеты общего назначения, преимущественно MatCad v 14 или MatLab. Используемое программное обеспечение является лицензионным.

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Проведение занятий обеспечивается наличием лекционных аудиторий, оборудованных доской и мобильным местом лектора с возможностью компьютерных демонстраций, аудиторий для проведения практических занятий и консультаций, оборудованных доской. Имеются компьютерные классы для выполнения лабораторных работ на 12 рабочих мест с установленным лицензионным программным обеспечением нужной комплектации (лаборатория 220 кафедры ТУиДС, корп.2). Презентационное оборудование для проведения обсуждений и компьютерных демонстраций (лаборатории 218, и 220 кафедры ТУиДС, корп.2). Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению «020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии».

Автор (ы): к.ф.-м.н., доц. каф. ТУиДС \_\_\_\_\_ Городецкий С.Ю.

Заведующий кафедрой ТУиДС, д.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Осипов Г.В.

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от 20 июня 2018 года, протокол № 10